

# EQUATIONS

## 1 Un peu de vocabulaire

- **équation** : égalité où figure(nt) un ou plusieurs nombre(s) que l'on ne connaît pas  
 $3x + 5 = 7x - 1$  équation d'inconnue  $x$
- **degré d'une équation**  
 $3x + 5 = 7x - 1$  équation du premier degré  
 $4a^2 + 5a + 1 = 0$  équation du deuxième degré
- **solution** : valeur pour laquelle l'égalité est vérifiée  
 $4 \times (-1)^2 + 5 \times (-1) + 1 = 4 + (-5) + 1 = 0$  donc  $-1$  est une solution de  $4a^2 + 5a + 1 = 0$   
 $4 \times 2^2 + 5 \times 2 + 1 = 16 + 10 + 1 = 27$  donc  $2$  n'est pas solution de  $4a^2 + 5a + 1 = 0$

## 2 Egalités et opérations

a) Egalité et addition-soustraction

### Propriété

Si  $a = b$  alors quel que soit  $c$  on a :  $a + c = b + c$  et  $a - c = b - c$

*Démonstration :*

$a = b$  signifie  $a - b = 0$

On sait que  $a = b$  et on veut montrer  $a + c = b + c$

Calculons  $(a + c) - (b + c)$

$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c$

$(a + c) - (b + c) = a - b$

Or  $a - b = 0$  donc  $(a + c) - (b + c) = 0$  donc  $a + c = b + c$

b) Egalité et multiplication

### Propriété

Si  $a = b$  alors quel que soit  $c$  on a :  $a \times c = b \times c$

*Démonstration :*

On sait que  $a = b$  et on veut montrer  $a \times c = b \times c$

Calculons  $a \times c - b \times c$

$a \times c - b \times c = c \times (a - b)$

Or  $a - b = 0$  donc  $a \times c - b \times c = c \times 0 = 0$

donc  $a \times c - b \times c = 0$  donc  $a \times c = b \times c$

c) Résolution d'équation

$$3x - 4 = x + 8$$

On ajoute 4 aux 2 membres de l'équation

$$3x - 4 + 4 = x + 8 + 4$$

$$3x + 0 = x + 8 + 4$$

$$3x = x + 12$$

On soustrait  $x$  aux 2 membres de l'équation

$$3x - x = x + 12 - x$$

$$2x = 12$$

On multiplie par  $\frac{1}{2}$  (ou on divise par 2) les 2 membres de l'équation

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

Vérification :

$$3 \times 6 - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$6 + 8 = 14$$

Donc 6 est la solution de l'équation

### 3 Résolution d'un problème concret

La tirelire de Gaston contient 26 pièces, les unes de 2 € les autres de 1€. Il possède en tout 43 €. Combien de pièces de chaque sorte possède-t-il ?

Etape 1 : analyse du texte ( compréhension, schéma, exemple, .....)

Etape 2 : choix de l'inconnue

Etape 3 : mise en équation

Etape 4 : résolution de l'équation

Etape 5 : retour au problème concret

- On choisit un exemple : 10 pièces de 2 € et donc  $26 - 10 = 16$  pièces de 1€  
Somme possédée :  $10 \times 2 + (26 - 10) \times 1 = 20 + 16 = 36$   
Cet exemple ne donne pas la solution mais permet de comprendre l'énoncé  
Dans d'autres cas un schéma sera plus judicieux ou ....
- $x$  : nombre de pièces de 2 €  
 $26 - x$  : nombre de pièces de 1€
- $2x + 1 \times (26 - x) = 43$   
on réduit l'écriture et on résout  
 $2x + 26 - x = 43$   
 $x + 26 = 43$   
on retranche 26 aux 2 membres de l'équation  
 $x + 26 - 26 = 43 - 26$   
 $x = 43 - 26$   
 $x = 17$   
Vérification :  $2 \times 17 + 1 \times (26 - 17) = 34 + 9 = 43$   
17 est la solution de l'équation
- Conclusion :  
Gaston possède 17 pièces de 2 € et 9 pièces de 1€