

EQUATIONS

1 Un peu de vocabulaire

- **équation** : égalité où figure(nt) un ou plusieurs nombre(s) que l'on ne connaît pas
 $3x + 5 = 7x - 1$ équation d'inconnue x
- **degré d'une équation**
 $3x + 5 = 7x - 1$ équation du premier degré
 $4a^2 + 5a + 1 = 0$ équation du deuxième degré
- **solution** : valeur pour laquelle l'égalité est vérifiée
 $4 \times (-1)^2 + 5 \times (-1) + 1 = 4 + (-5) + 1 = 0$ donc -1 est une solution de $4a^2 + 5a + 1 = 0$
 $4 \times 2^2 + 5 \times 2 + 1 = 16 + 10 + 1 = 27$ donc 2 n'est pas solution de $4a^2 + 5a + 1 = 0$

2 Egalités et opérations

a) Egalité et addition-soustraction

Propriété

Si $a = b$ alors quel que soit c on a : $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

Démonstration :

$a = b$ signifie $a - b = 0$

On sait que $a = b$ et on veut montrer $a + c = b + c$

Calculons $(a + c) - (b + c)$

$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c$

$(a + c) - (b + c) = a - b$

Or $a - b = 0$ donc $(a + c) - (b + c) = 0$ donc $a + c = b + c$

b) Egalité et multiplication

Propriété

Si $a = b$ alors quel que soit c on a : $a \times c = b \times c$

Démonstration :

On sait que $a = b$ et on veut montrer $a \times c = b \times c$

Calculons $a \times c - b \times c$

$a \times c - b \times c = c \times (a - b)$

Or $a - b = 0$ donc $a \times c - b \times c = c \times 0 = 0$

donc $a \times c - b \times c = 0$ donc $a \times c = b \times c$

c) Résolution d'équation

$$3x - 4 = x + 8$$

On ajoute 4 aux 2 membres de l'équation

$$3x - 4 + 4 = x + 8 + 4$$

$$3x + 0 = x + 8 + 4$$

$$3x = x + 12$$

On soustrait x aux 2 membres de l'équation

$$3x - x = x + 12 - x$$

$$2x = 12$$

On multiplie par $\frac{1}{2}$ (ou on divise par 2) les 2 membres de l'équation

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

Vérification :

$$3 \times 6 - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$6 + 8 = 14$$

Donc 6 est la solution de l'équation

3 Résolution d'un problème concret

La tirelire de Gaston contient 26 pièces, les unes de 2 € les autres de 1€. Il possède en tout 43 €. Combien de pièces de chaque sorte possède-t-il ?

Etape 1 : analyse du texte (compréhension, schéma, exemple,)

Etape 2 : choix de l'inconnue

Etape 3 : mise en équation

Etape 4 : résolution de l'équation

Etape 5 : retour au problème concret

- On choisit un exemple : 10 pièces de 2 € et donc $26 - 10 = 16$ pièces de 1€
Somme possédée : $10 \times 2 + (26 - 10) \times 1 = 20 + 16 = 36$
Cet exemple ne donne pas la solution mais permet de comprendre l'énoncé
Dans d'autres cas un schéma sera plus judicieux ou
- x : nombre de pièces de 2 €
 $26 - x$: nombre de pièces de 1€
- $2x + 1 \times (26 - x) = 43$
on réduit l'écriture et on résout
 $2x + 26 - x = 43$
 $x + 26 = 43$
on retranche 26 aux 2 membres de l'équation
 $x + 26 - 26 = 43 - 26$
 $x = 43 - 26$
 $x = 17$
Vérification : $2 \times 17 + 1 \times (26 - 17) = 34 + 9 = 43$
17 est la solution de l'équation
- Conclusion :
Gaston possède 17 pièces de 2 € et 9 pièces de 1€