

FRACTIONS ET OPERATIONS

1. Egalité de quotients

a et b sont 2 nombres avec b non nul $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire	Si a et b nombres entiers, avec $b \neq 0$, alors $\frac{a}{b}$ est une fraction a est le numérateur b est le dénominateur
---	---

Règle fondamentale

$$\text{Quels que soient } a, b, k \text{ avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0 \quad \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

cette règle permet

- de supprimer la virgule dans un quotient
- de simplifier
- de réduire 2 fractions au même dénominateur

$$A = -\frac{18}{81}$$
$$A = -\frac{9 \times 2}{9 \times 9}$$
$$A = -\frac{2}{9}$$

Egalité des produits en croix

Propriété :

a, b, c et d sont des relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ alors } a \times d = b \times c$$

$$\text{Si } a \times d = b \times c \text{ alors } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Exemples

- Les fractions $\frac{14}{19}$ et $\frac{135}{178}$ sont-elles égales ?

$$14 \times 178 = 2492 \text{ et } 19 \times 135 = 2565$$

$$\text{on obtient } 14 \times 178 \neq 19 \times 135 \text{ donc } \frac{14}{19} \neq \frac{135}{178}$$

- On cherche un relatif n tel que $\frac{3}{n} = \frac{8}{7}$

$$\text{On a } n \times 8 = 3 \times 7$$

$$\text{donc } n = \frac{3 \times 7}{8}$$

$$\text{donc } n = \frac{21}{8}$$

2. Addition et soustraction

a) même dénominateur

Quels que soient a, b, c relatifs avec $c \neq 0$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemple :

$$B = \frac{2}{9} - \frac{5}{9}$$

$$B = -\frac{3}{9}$$

$$B = -\frac{1}{3}$$

b) dénominateurs différents

On réduit les fractions au même dénominateur et on se ramène au cas précédent

Exemple :

$$C = \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$$

$$D = -\frac{7}{15} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$$

$$C = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{4 \times 3}{5 \times 3}$$

$$D = -\frac{7 \times 2}{15 \times 2} + \frac{2 \times 10}{3 \times 10} - \frac{5 \times 5}{6 \times 5}$$

$$C = \frac{10}{15} - \frac{12}{15}$$

$$D = -\frac{14}{30} + \frac{20}{30} - \frac{25}{30}$$

$$C = -\frac{2}{15}$$

$$D = -\frac{29}{30} + \frac{20}{30}$$

$$D = -\frac{9}{30}$$

$$D = -\frac{3}{10}$$

3. Multiplication

Quels que soient a, b, c, d relatifs avec $c \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- Remarques :
- a) pour la multiplication on ne réduit pas au même dénominateur
 - b) on s'occupe du signe
 - c) **on simplifie avant** d'effectuer les multiplications

Exemples

$$A = \frac{-5}{9} \times \frac{9}{-3}$$

$$A = \frac{5}{9} \times \frac{9}{3}$$

$$A = \frac{5 \times 9}{9 \times 3}$$

$$A = \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{-25}{-49} \times \frac{14}{-15}$$

$$B = -\frac{25 \times 14}{49 \times 15}$$

$$B = -\frac{5 \times 5 \times 2 \times 7}{7 \times 7 \times 3 \times 5}$$

$$B = -\frac{10}{21}$$

4 Division

Diviser par un nombre non nul c'est multiplier par son inverse

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ avec } b, c, d \text{ non nuls}$$

Exemples :

$$A = \frac{-2}{3} : \frac{-5}{-7}$$

$$A = -\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$A = -\frac{2 \times 7}{3 \times 5}$$

$$A = -\frac{14}{15}$$

$$B = \frac{5}{\frac{7}{3}}$$

$$B = \frac{5}{7} \times \frac{49}{3}$$

$$B = \frac{5 \times 7 \times 7}{7 \times 3}$$

$$B = \frac{35}{3}$$

$$C = \frac{-2}{\frac{3}{4}}$$

$$C = -\frac{2}{3} \times \frac{4}{1}$$

$$C = -\frac{2 \times 4}{3 \times 1}$$

$$C = -\frac{8}{3}$$

$$D = \frac{-2}{\frac{3}{4}}$$

$$D = -2 \times \frac{4}{3}$$

$$D = -\frac{2 \times 4}{3}$$

$$D = -\frac{8}{3}$$