

Corrigé Brevet Blanc du 2/05/07

1^{ère} Partie : Activités numériques

Exercice 1

Soit $P = (3x - 2)^2 - (2x + 1)^2$

1) Développer, réduire et ordonner P

$$P = (3x - 2)^2 - (2x + 1)^2$$

$$P = (9x^2 - 12x + 4) - (4x^2 + 4x + 1)$$

$$P = 9x^2 - 12x + 4 - 4x^2 - 4x - 1$$

$$\boxed{P = 5x^2 - 16x + 3}$$

2) Factoriser P

$$P = (3x - 2)^2 - (2x + 1)^2$$

$$P = [(3x - 2) - (2x + 1)] [(3x - 2) + (2x + 1)]$$

$$\boxed{P = (x - 3)(5x - 1)}$$

3) Résoudre l'équation $(5x - 1)(x - 3) = 0$

Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul.

Donc $5x - 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$

Donc $x = \frac{1}{5}$ ou $x = 3$

Vérification : $(5 \times \frac{1}{5} - 1)(\frac{1}{5} - 3) = 0$

$$(5 \times 3 - 1)(3 - 3) = 0$$

L'équation a deux solutions $\frac{1}{5}$ et 3.

4) Calculer P pour $x = \sqrt{2}$

$$P = 5(\sqrt{2})^2 - 16(\sqrt{2}) + 3$$

$$P = 5 \times 2 - 16\sqrt{2} + 3$$

$$\boxed{P = 13 - 16\sqrt{2}}$$

Exercice 2

On considère l'expression A

1. a. Pour obtenir le PGCD demandé, nous allons utiliser l'algorithme d'Euclide

| étapes | a | b | Reste de la division euclidienne a : b |
|--------|--------|-------|--|
| 1 | 10 395 | 9 009 | 1 386 |
| 2 | 9 009 | 1 386 | 693 |
| 3 | 1 386 | 693 | 0 |

Le PGCD de 9009 et de 10 395 est $\boxed{693}$

b. expression irréductible de la fraction

$$\frac{9009 : 693}{10395 : 693} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{10395 : 693}{15} = \frac{15}{15}$$

2. calcul de A

$$A = \frac{13}{15} - \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{13}{15} - \frac{9}{15}$$

$$A = \frac{4}{15}$$

Exercice 3

3. Par le calcul : $f(x) = 5$

Résolution de $\frac{2}{3}x = 5$ donc $x = 5 : (\frac{2}{3}) = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$.

Graphiquement B point d'ordonnée 5 a pour abscisse $\frac{15}{2}$

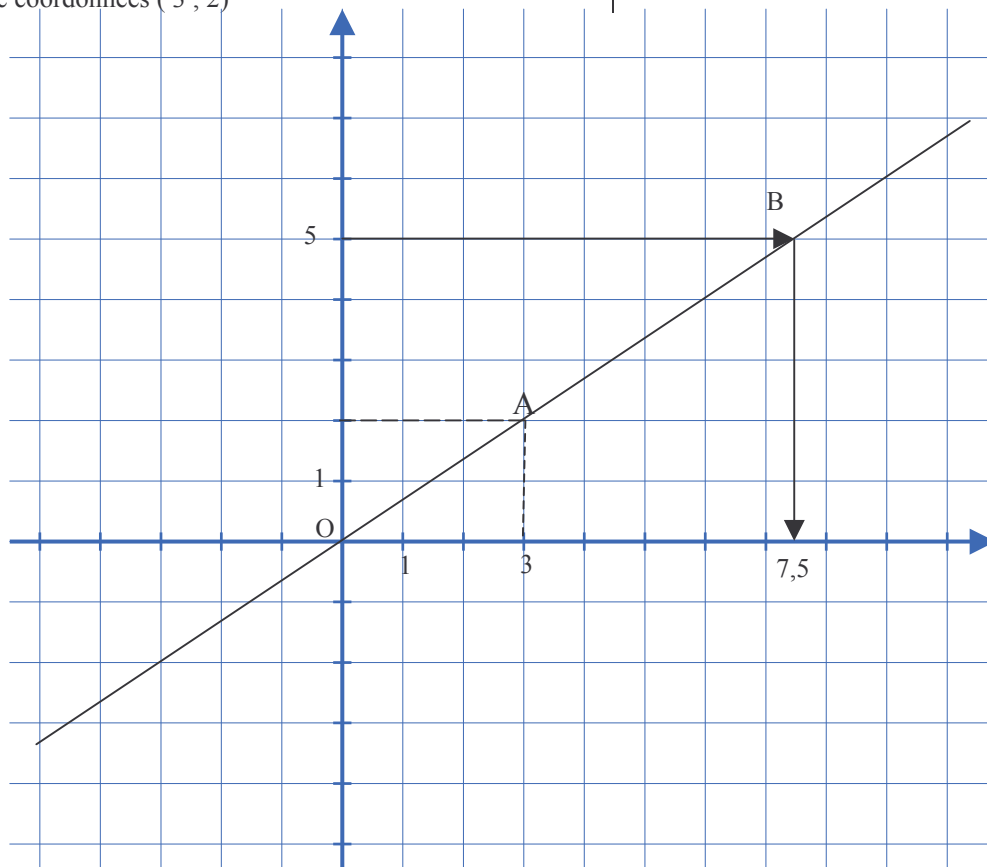
Le nombre x cherché est $\boxed{\frac{15}{2}}$

Soit f la fonction linéaire telle que : $f(x) = \frac{2}{3}x$.

1. L'image de 3 par la fonction f est $f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2$

L'image de $-\frac{6}{5}$ par f est $f(-\frac{6}{5}) = \frac{2}{3} \times (-\frac{6}{5}) = -\frac{4}{5}$

2. On construit la droite (OA) avec O l'origine du repère et A le point de coordonnées (3 ; 2)



Exercice 4

1) On appelle x le prix en euros d'une pizza et y le prix en euros d'un jus de fruits.

1 pizza et 2 jus de fruits coûtent 11 euros donc $x + 2y = 11$
5 pizzas et 9 jus de fruits coûtent 53 euros donc $5x + 9y = 53$

2) On doit donc résoudre le système d'équations.

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 5x + 9y = 53 \end{cases}$$

On exprime x en fonction de y dans l'équation 1 :

$$x = 11 - 2y$$

On remplace l'expression de x en fonction de y dans

$$\text{l'équation 2 : } 5 \times (11 - 2y) + 9y = 53$$

$$55 - 10y + 9y = 53$$

$$55 - y = 53$$

$$y = 55 - 53$$

$$\boxed{y = 2}$$

Calcul de x : $x = 11 - 2 \times 2$

$$x = 11 - 4$$

$$\boxed{x = 7}$$

Vérification :

$$7 + 2 \times 2 = 7 + 4 = 11 \text{ et } 5 \times 7 + 9 \times 2 = 35 + 18 = 53$$

Conclusion : une pizza coûte 7 euros et un jus de fruits 2 euros.

2^{ème} Partie : Activités géométriques

Exercice 1 :

1. HDAO est un quadrilatère ayant 3 angles droits c'est donc un rectangle, donc $OH = DA = 6$ m

Donc d'après l'inégalité triangulaire,

$$DB = DA + AB = 6 \text{ m} + 3 \text{ m} = 9 \text{ m}$$

2-On considère les triangles OAB et SDB.

Les droites (OA) et (DS) sont perpendiculaires à la même droite (DB) donc sont parallèles entre elles.

Les points B, O et S sont alignés,

les points B, A et D sont alignés

les droites (OA) et (DS) sont parallèles

Donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{BA}{BD} = \frac{BO}{BS} = \frac{OA}{SD}$

$$\text{Donc } \frac{3}{9} = \frac{1,5}{SD} \text{ donc } SD = 1,5 \times \frac{9}{3} = 4,5$$

la hauteur de l'arbre est égale à $\boxed{4,5\text{m}}$

3- OHDA est un rectangle donc $DH = OA = 1,5$ m

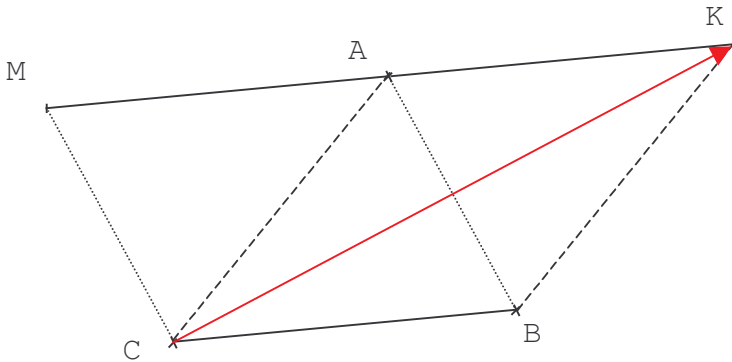
Calcul de SH : $SH = SD - DH = 4,5\text{m} - 1,5\text{m} = 3$ m.

On se place dans le triangle SOH rectangle en H, on applique la trigonométrie.

$$\tan \widehat{SOH} = \frac{SH}{OH} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } \boxed{\widehat{SOH} \approx 27^\circ}$$

Exercice 2



A, B et C sont trois points du plan (annexe 2).

2. D'après 1, le quadrilatère MABC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}$

3. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CK}$ donc d'après la règle du parallélogramme CBKA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$

4. comme $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$ et comme $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MA}$, on en déduit que $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$ donc A est le milieu de [MK].

Exercice 3

1. [AO] étant la hauteur du cône, il est perpendiculaire à la base du cône donc AOB est un triangle rectangle en O.

D'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = AO^2 + OB^2$ donc

$$10,4^2 = AO^2 + 4^2 \text{ donc } AO^2 = 108,16 - 16 = 92,16$$

$$\text{donc } AO = \sqrt{92,16} = 9,6.$$

La hauteur du cône est donc égale à $\boxed{9,6 \text{ cm}}$.

2. le triangle AOB étant rectangle en O, on peut donc appliquer la trigonométrie,

$$\text{donc } \sin \widehat{BAO} = \frac{OB}{AB} = \frac{4}{10,4}$$

$$\text{donc } \widehat{BAO} \text{ est égal à l'unité près à } \boxed{23^\circ}$$

Le triangle BAC a deux côtés égaux AB et AC, il est donc isocèle en A donc la hauteur issue de A est aussi la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{BAO}$ soit au degré près 46° .

$$3. \text{ Volume du cône} = \frac{1}{3} \pi R^2 \times h = \frac{1}{3} \pi \times OB^2 \times OA$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times 16 \times 9,6 = 51,2 \pi$$

$$\text{Volume de la demi-boule} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi \times OB^3$$

$$V_2 = \frac{128}{3} \pi$$

$$\text{Donc le volume du solide est égal à } 51,2 \pi + \frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{soit } \frac{281,6}{3} \pi \text{ cm}^3 \text{ soit au dixième près } 294,9 \text{ cm}^3.$$

3^{ème} Partie : Problème
Partie I

On élève toutes les longueurs au carré :

$$BC^2 = 15^2 = 225 \text{ et } AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

$$\text{Aire de ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = 54$$

Donc l'aire de ABC est bien égale à 54 cm².

On considère les triangles AMN et ABC.

Comparons $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{AM}{AB}$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ et } \frac{AM}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ donc ces deux quotients sont égaux}$$

Les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que sont alignés les points A, N et C et les quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont égaux

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

AMN est un triangle rectangle en A car le triangle ABC est rectangle en A et que M est un point de [AB] et N un point de [AC].

$$\text{Donc aire de AMN} = \frac{8 \times 6}{2} \text{ donc aire de AMN} = 24 \text{ cm}^2$$

Partie II

1. le volume de la pyramide est égal à $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur de la pyramide} = \frac{1}{3} \times \text{aire de ABC} \times AS = \frac{1}{3} \times 54 \times 18 = 324$

Le volume de la pyramide est donc égal à 324 cm³.

2. D'après la partie I, on a déjà prouvé que $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ étaient égaux à $\frac{2}{3}$ donc $AM = \frac{2}{3} AB$ et $AN = \frac{2}{3} AC$.

AMN est un triangle rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \text{ donc } MN = 10 \text{ cm. donc } \frac{MN}{BC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Donc le triangle AMN est une réduction du triangle ABC à l'échelle $\frac{2}{3}$. et la pyramide RAMN une réduction de SABC de rapport $\frac{2}{3}$

$$\text{Donc } V' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 324 = 96$$

Le volume de la pyramide RAMN est donc égal à 96 cm³

Partie III

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que $SR = x$.

1. D'après l'inégalité triangulaire, $AR = AS - SR = 18 - x$ cm.

2. $V' = \frac{1}{3} \times \text{aire de AMN} \times AR = \frac{1}{3} \times 24 \times (18 - x) = 8(18 - x)$

3. $V' < 96$ c'est-à-dire $8(18 - x) < 96$ donc $18 - x < 12$ donc $-x < -6$ donc $x > 6$ (car -1 est un nombre négatif)

x ne peut pas être supérieur à AS donc les solutions de ce problème sont tous les nombres compris entre 6 (strictement) et 18.

Représentation graphique :

