

Exercice 1

1) Monsieur Prosper place un capital de x euros dans la banque Bidule dont le taux annuel de placement est de 5%.

- a) Dans cette question $x = 5000$.
Calculer le nouveau capital possédé au bout d'un an.
- b) Dans cette question x est un nombre positif quelconque. Montrer que le nouveau capital possédé au bout d'un an est une fonction linéaire dont on précisera le coefficient.

2) Monsieur Richard, lui, place dans la banque Chose 4 580 euros.

Sachant qu'au bout d'un an, il possède 4 831,90 euros, calculer le taux annuel de placement de la banque Chose.

Exercice 2

f est une fonction affine.

On sait que $f(-1) = -7$ et l'image de 3 par cette fonction est égal à 5.

Déterminer la fonction f .

Exercice 3

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD.

- Tarif A : 4 euros par DVD emprunté.
- Tarif B : 2,50 euros par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 euros.
- Tarif C : abonnement de 70 euros pour un nombre illimité de DVD.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5 ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

2. On note x le nombre de DVD empruntés.

On appelle \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} les fonctions qui à x associent respectivement le coût au tarif A, B et C

- a. Déterminer ces 3 fonctions.
- b. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse 1 cm pour 2 DVD et en ordonnée 1 cm pour 5 euros.

3. a. Résoudre l'équation : $4x = 2,5x + 18$.

b. Interpréter le résultat.

4. a. Résoudre graphiquement l'inéquation : $70 \leq 2,5x + 18$.

b. Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

5. Synthèse : donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

Correction devoir classe sur les fonctions linéaires et affines

Exercice n°1 :

1- a- dans cette question $x = 5000$:

Méthode 1 : $1,05 \times 5000 = 5250$

Le nouveau capital possédé au bout d'un an est égal à 5250 euros.

Méthode 2 : $5000 + \frac{5}{100} \times 5000 = 5250$

Monsieur Prosper possède au bout d'un an 5250 euros

b- généralisation : Soit f la fonction qui à x associe le capital possédé au bout d'un an.

On obtient, donc, $f(x) = 1,05x$. La fonction f est bien une fonction linéaire de coefficient 1,05.

2- soit g la fonction linéaire qui à x associe ax , le capital possédé au bout d'un an dans la banque Chose

On a $g(4580) = 4831,9$ donc $a \times 4580 = 4831,9$ donc $a = \frac{4831,9}{4580} = 1,055$.

$1,055 - 1 = 0,055 = 5,5\%$

Le taux annuel de placement est donc égal à 5,5%.

Exercice n°2 :

La fonction f est une fonction affine donc $f(x) = ax + b$. Déterminer la fonction f revient à déterminer les nombres a et b .

$f(-1) = -7$ donc $a \times (-1) + b = -7$

L'image de 3 est égal à 5 donc $f(3) = 5$ donc $a \times 3 + b = 5$.

On a donc le système :
$$\begin{cases} -a + b = -7 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

Dans l'équation 1 : on exprime b en fonction de a donc $b = -7 + a$

Dans l'équation 2, on remplace b par son expression donc : $3a + (-7 + a) = 5$.

Donc $3a + a - 7 = 5$

Donc $4a = 5 + 7$

Donc $4a = 12$

Donc $a = 3$

On calcule b : $b = -7 + 3 = -4$

Vérification : $-3 + (-4) = -7$ et $3 \times 3 + (-4) = 9 - 4 = 5$

Donc le couple solution est $(3 ; -4)$

Donc la fonction cherchée est définie par $f(x) = 3x - 4$

Exercice n°3 :

	5 dvd	15 dvd	25 dvd
Coût au tarif A	20	60	100
Coût au tarif B	30,5	55,5	80,5
Coût au tarif C	70	70	70

2. soit x le nombre de dvd empruntés

a. On appelle \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} les fonctions qui à x associent respectivement le coût au tarif A, B et C.

On obtient :

$\mathcal{A}(x) = 4x$

$\mathcal{B}(x) = 2,5x + 18$

$\mathcal{C}(x) = 70$

b) \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} sont des fonctions affines donc leurs représentations graphiques sont des droites

(d₁) droite représentant \mathcal{A} d'équation : $y = 4x$

(d₁) passe par l'origine et le point E (25 ; 100)

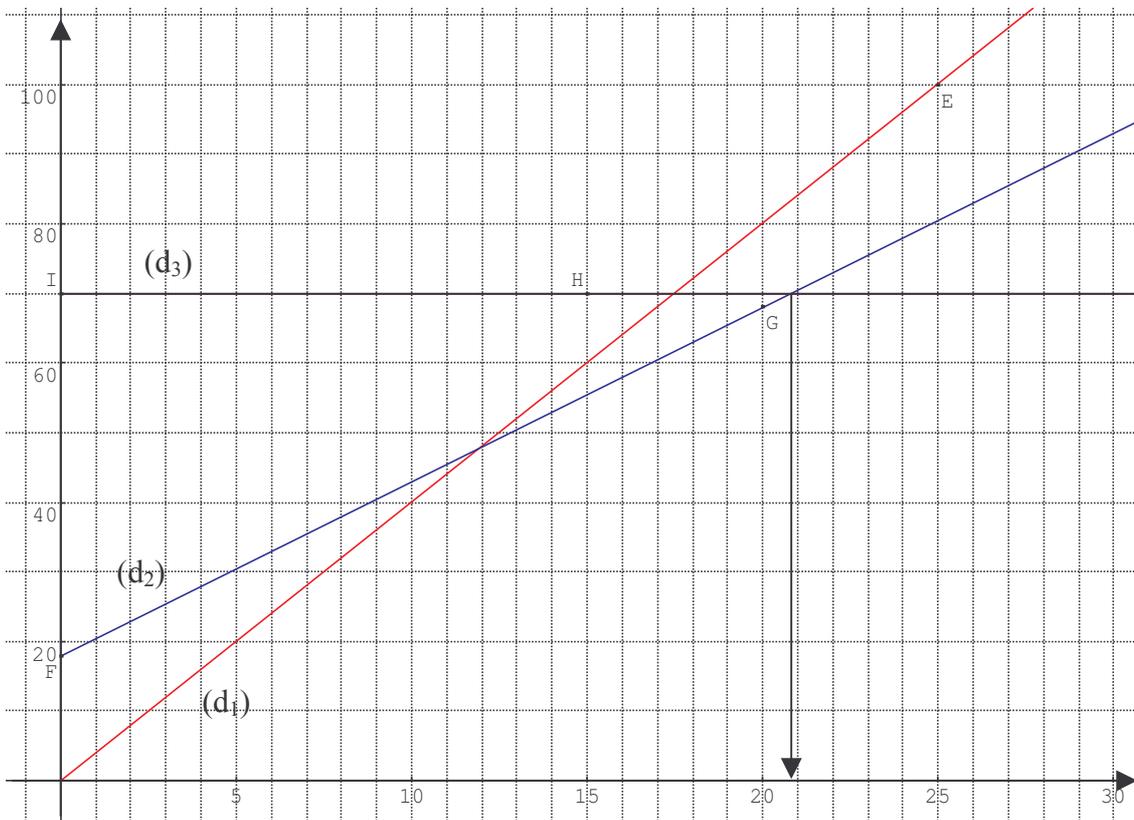
(d₂) droite représentant \mathcal{B} d'équation : $y = 2,5x + 18$

(d₂) passe par le point F(0 ; 18) et le point G(20 ; 68) (si $x = 20$ alors $y = 2,5 \times 20 + 18 = 68$)

(d₃) droite représentant \mathcal{C} d'équation : $y = 70$

(d₃) droite parallèle à l'axe des abscisses et le point H(15 ; 70)

D'où la représentation graphique



3. Résolution de $4x = 2,5x + 18$

$$4x = 2,5x + 18$$

$$4x - 2,5x = 18$$

$$1,5x = 18$$

$$x = \frac{18}{1,5}$$

$$x = 12$$

Vérification :

$$2,5 \times 12 + 18 = 30 + 18 = 48$$

$$4 \times 12 = 48$$

La solution de l'équation est le nombre 12

b. Pour 12 dvd empruntés, les coûts aux tarifs A et B sont les mêmes

4. a) x étant le nombre de dvd empruntés, x est un entier naturel.

Résoudre graphiquement $70 \leq 2,5x + 18$, c'est déterminer l'abscisse de tous les points de (d_2) dont l'ordonnée est supérieure ou égale à 70. Donc résoudre $70 \leq 2,5x + 18$ avec x entier naturel, c'est déterminer pour quelles valeurs entières de x , la droite (d_2) se trouve au dessus de (d_3) .

Les droites (d_3) et (d_2) se coupent en G, point d'abscisse comprise entre 20 et 21.

Pour x supérieur ou égal à 21, la droite (d_2) se trouve au dessus de (d_3) .

Donc les solutions de l'inéquation sont tous les entiers naturels supérieurs ou égaux à 21.

b. résolution de $70 \leq 2,5x + 18$ avec x nombre entier positif

$$70 \leq 2,5x + 18$$

$$70 - 18 \leq 2,5x$$

$$52 \leq 2,5x$$

$$\frac{52}{2,5} \leq x \text{ car } 2,5 \text{ est un nombre strictement positif}$$

$$20,8 \leq x$$

Les solutions sont les entiers naturels supérieurs ou égaux à 20,8.

Synthèse :

De 1 à 11 dvd, le tarif A est le plus intéressant. ((d_1) au dessous de (d_2) et de (d_3))

Pour 12 dvd, on peut choisir aussi bien le tarif A que le tarif B. (voir question 3)b)

Entre 13 et 20 dvd, c'est le tarif B qui est le plus intéressant. ((d_2) au dessous de (d_1) et de (d_3))

Et enfin, le tarif C est plus avantageux à partir de 21 dvd empruntés. ((d_3) au dessous de (d_2) et de (d_1))