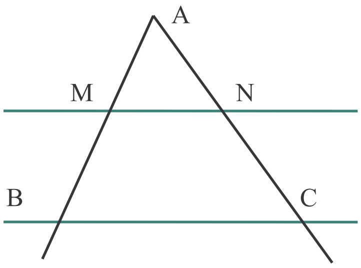
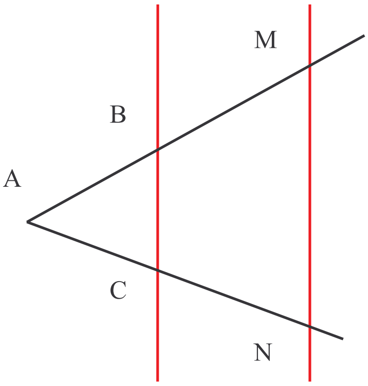
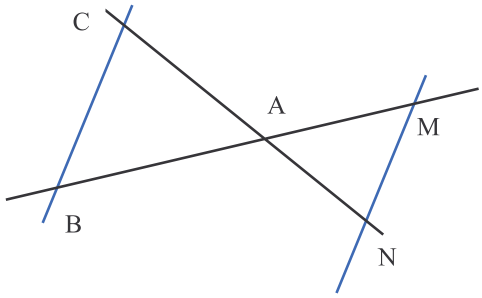
THEOREME DE THALES

1. Propriété de Thalès







Propriété de Thalès

Si ABC et AMN sont 2 triangles tels que

$\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \\ (MN) \,//\, (BC) \end{cases}$ alors la propriété de Thalès permet d'affirmer que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

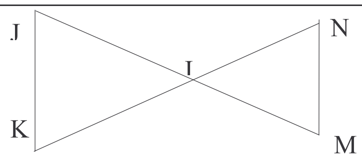
Exemple 1

Sur la figure ci-contre on donne les informations suivantes :

IJ = 5 IK = 12 IN = 3 MN = 8 et (MN)//(JK)

a) Calculer IM

b) Calculer JK



Considérons les triangles IJK et IMN

On a : $\left.\begin{array}{l} \text{J, I, M alignés} \\ \text{K, I, N alignés} \\ \text{(JK)//(MN)} \end{array}\right\}$ On peut donc appliquer le théorème de Thalès donc $\dfrac{IM}{IJ} = \dfrac{IN}{IK} = \dfrac{MN}{JK}$

a) $\dfrac{IM}{IJ} = \dfrac{IN}{IK}$ donc $\dfrac{IM}{5} = \dfrac{3}{12}$ donc $IM = \dfrac{5 \times 3}{12} = \dfrac{5 \times 3}{4 \times 3} = \dfrac{5}{4}$ d'où $\boxed{IM = \dfrac{5}{4}}$

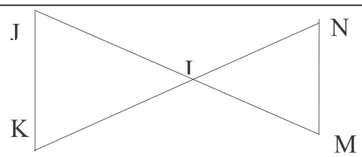
b) $\dfrac{MN}{JK} = \dfrac{IN}{IK}$ donc $\dfrac{8}{JK} = \dfrac{3}{12}$ donc $3 \times JK = 8 \times 12$ donc $JK = \dfrac{8 \times 12}{3} = 32$ d'où $\boxed{JK = 32}$

Exemple 2

Sur la figure ci-contre on donne les informations suivantes :

IJ = 3 IM = 10 IK = 2,4 KN = 9,6

Démontrer que les droites (KJ) et (MN) ne sont pas parallèles



Les points J, I, M sont alignés ainsi que les points K, I, N

Comparons les rapports $\dfrac{IJ}{IM}$ et $\dfrac{IK}{IN}$

$\dfrac{IJ}{IM} = \dfrac{3}{10}$ $IN = KN - IK = 9{,}6 - 2{,}4 = 7{,}2$ donc $\dfrac{IK}{IN} = \dfrac{2{,}4}{7{,}2} = \dfrac{24}{72} = \dfrac{24 \times 1}{24 \times 3} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{3}{10} \neq \dfrac{1}{3}$ donc $\dfrac{IJ}{IM} \neq \dfrac{IK}{IN}$ donc d'après la propriété de Thalès (contraposée) les droites (KJ) et (MN) ne sont pas parallèles

2. Réciproque du théorème de Thalès

Cette propriété permet de prouver que 2 droites sont parallèles

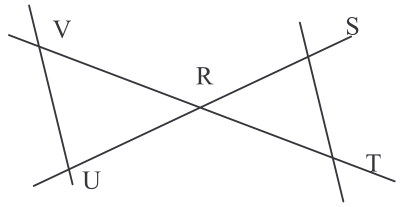
Propriété

Si ABC et AMN sont 2 triangles tels que

- M $\in$ (AB)
- N $\in$ (AC)
- La position de M par rapport à A et B est la même que celle de N par rapport à A et C
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors la réciproque de la propriété de Thalès permet d'affirmer que : (MN) // (BC)

Exemple 3



Sur la figure ci-contre (faite à "main levée") on donne :
RS = 3 SU = 7 RT = 4,5 RV = 6
Démontrer que (ST)//(UV)

Comparons les rapports $\frac{RS}{RU}$ et $\frac{RT}{RV}$

SU = 7 et RS = 3 donc RU = 4 d'où $\frac{RS}{RU} = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{RT}{RV} = \frac{4,5}{6} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ $\qquad$ donc $\frac{RS}{RU} = \frac{RT}{RV}$

Les points U, R, S sont alignés
les points V, R, T sont alignés
U,R, S sont dans le même ordre que V, B, T
$\frac{RS}{RU} = \frac{RT}{RV}$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès (UV)//(ST)

Remarque

Si dans un exercice la question est : « Les droites ….. sont-elles parallèles ? », on ne peut savoir au départ si l'on va utiliser la propriété de Thalès ou bien la réciproque. On compare donc les rapports, s'ils sont égaux (exemple 3) on utilise la réciproque de Thalès et s'ils sont différents (exemple 2) on applique la propriété de Thalès (contraposée)