

## Equations



### I- Equations du premier degré (niveau 4°)

On obtient une nouvelle égalité, si on additionne, on soustrait ou on multiplie chaque membre de l'égalité par un même nombre ou bien si on divise chaque membre de l'égalité par un même nombre non nul.

Ceci se traduit en mathématique par :

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a + c = b + c$$

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a - c = b - c$$

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a \times c = b \times c$$

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a \div c = b \div c \text{ avec } c \text{ un nombre non nul.}$$

**Résoudre une équation**, c'est trouver tous les nombres appelés solutions qui vérifient l'égalité.

En utilisant les propriétés ci-dessus, on peut résoudre alors les équations du premier degré, c'est-à-dire des équations de la forme  $ax+b = cx +d$ .

Ce sont des équations du premier degré en  $x$  où  $a, b, c$  et  $d$  sont des nombres donnés et  $x$  est l'inconnue.

#### méthode :

- ✓ Regrouper les termes en  $x$  dans un membre de l'égalité, les autres dans l'autre membre.
- ✓ On se ramène alors à la résolution d'une équation de la forme  $px = q$ 
  - si  $p \neq 0$  alors une seule solution  $x = p/q$
  - si  $0x = 0$  alors tous les nombres sont des solutions de l'équation.
  - si  $0x = q$  avec  $q$  non nul alors l'équation n'a pas de solution

#### Exemples :

$-2x + 3 = 5x - 8$ <p>regrouper les termes en <math>x</math> dans le 1° membre donc soustraire <math>5x</math></p> $-2x - 5x + 3 = 5x - 5x - 8$ $-7x + 3 = -8$ $-7x + 3 - 3 = -8 - 3$ $-7x = -11$ $x = \frac{-11}{-7}$ $x = \frac{11}{7}$ <p><u>Vérification :</u> <math>-2 \times \frac{11}{7} + 3 = \frac{-22}{7} + \frac{21}{7} = -\frac{1}{7}</math></p> $5 \times \frac{11}{7} - 8 = \frac{55}{7} - \frac{56}{7} = -\frac{1}{7}$ <p><u>Conclusion :</u> L'équation a une seule solution <math>\frac{11}{7}</math>.</p>	$-6x + 4 = -2x$ $-6x + 2x + 4 = -2x + 2x$ $-4x + 4 = 0$ $-4x = -4$ $x = \frac{-4}{-4}$ $x = 1$ <p><u>Vérification :</u> <math>-6 \times 1 + 4 = -6 + 4 = -2</math> <math>-2 \times 1 = -2</math></p> <p><u>Conclusion :</u> L'équation a une seule solution 1.</p>
---	--

## II- Equations du second degré

C'est une équation de la forme  $ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$ , avec a,b,c,d,e et f des nombres donnés et x l'inconnue.

Pour résoudre de telle équation il faut se ramener à la résolution d'équations du premier degré.

### Méthode :

- ✓ Se ramener à une équation où un des membres est nul.
- ✓ Puis factoriser l'expression dans le membre non nul
- ✓ Utiliser la propriété suivante :  
Si un produit est nul alors un au moins de ses facteurs est nul.  
Ce qui se traduit en mathématiques par :  
Si  $A \times B = 0$  alors  $A = 0$  ou  $B = 0$ .

### Exemples :

$9x^2 - 16 = 0$ $(3x + 4)(3x - 4) = 0$ Si un produit est nul, alors un au moins de ses facteurs est nul. $3x + 4 = 0$ ou $3x - 4 = 0$ <u>Résolution de l'équation : <math>3x + 4 = 0</math></u> $3x + 4 = 0$ $3x = -4$ $x = \frac{-4}{3}$ <u>Résolution de l'équation : <math>3x - 4 = 0</math></u> $3x - 4 = 0$ $3x = 4$ $x = \frac{4}{3}$ <b><u>Vérification :</u></b> $9\left(\frac{-4}{3}\right)^2 - 16$ $= 9 \times \frac{16}{9} - 16$ $= 0$ $9\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 16$ $= 9 \times \frac{16}{9} - 16$ $= 0$ <b><u>Conclusion :</u></b> Les solutions de l'équation sont : $-\frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3}$	$25x^2 - 30x = -9$ $25x^2 - 30x + 9 = -9 + 9$ $25x^2 - 30x + 9 = 0$ $(5x - 3)^2 = 0$ Si un produit est nul, alors un au moins de ses facteurs est nul. $5x - 3 = 0$ $5x - 3 + 3 = 0 + 3$ $5x = 3$ $x = \frac{3}{5}$ <b><u>vérification :</u></b> $25\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 30 \times \frac{3}{5}$ $= 9 - 18$ $= -9$ <b><u>conclusion :</u></b> L'équation a une seule solution $\frac{3}{5}$ .	$(2x + 1)(-5x - 3) - (2x + 1)^2 = 0$ $(2x + 1)[(-5x - 3) - (2x + 1)] = 0$ $(2x + 1)(-7x - 4) = 0$ Si un produit est nul, alors un au moins de ses facteurs est nul. $2x + 1 = 0$ ou $-7x - 4 = 0$ <u>Résolution de : <math>2x + 1 = 0</math></u> $2x + 1 - 1 = 0 - 1$ $2x = -1$ $x = \frac{-1}{2}$ <u>Résolution de : <math>-7x - 4 = 0</math></u> $-7x - 4 + 4 = 0 + 4$ $-7x = 4$ $x = -\frac{4}{7}$ <b><u>Vérification :</u></b> $\left(2 \times \frac{-1}{2} + 1\right) \left(-5 \times \frac{-1}{2} - 3\right) - \left(2 \times \frac{-1}{2} + 1\right)^2$ $= 0 \times \left(-5 \times \frac{-1}{2} - 3\right) - 0$ $= 0$ $\left[2 \times \left(-\frac{4}{7}\right) + 1\right] \left[-5 \times \left(-\frac{4}{7}\right) - 3\right] - \left[2 \times \left(-\frac{4}{7}\right) + 1\right]^2$ $= \frac{-1}{7} \times \frac{-1}{7} - \left(\frac{-1}{7}\right)^2$ $= \frac{1}{49} - \frac{1}{49}$ $= 0$ <b><u>Conclusion :</u></b> Les solutions de l'équation sont : $\frac{-4}{7}$ et $\frac{-1}{2}$ .
--	--	---