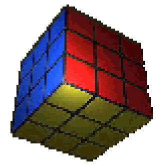
Exercices Fonctions Affines

$\boxed{1}$ Un pavé droit



Un pavé droit a une base carrée de 2 cm de côté. Sa hauteur est de 1,5 cm.
On augmente cette hauteur de x cm.

1. Montrer que le volume du pavé obtenu est une fonction affine de x
2. Tracer la représentation graphique de cette fonction affine pour $0 \leq x \leq 3$
3. En utilisant le graphique, donner une valeur approchée du volume pour. $x = 1{,}2$
   Vérifier par le calcul.
4. Pour quelle valeur de x ce pavé est-il un cube ?

$\boxed{2}$ Degré Celsius et degré Farenheit

On admet que la correspondance de ces 2 échelles de température est une fonction affine
La glace commence à fondre à 0° C et à 32° F. L'eau bout à 100° C et à 212° F.

a) Déterminer la fonction affine f qui donne la température en °F à partir de la température en °C
b) Déterminer la fonction affine g qui donne la température en °C à partir de la température en °F

$\boxed{3}$ Une location

Trois entreprises de location de matériel industriel louent des compresseurs aux tarifs suivants :
Tarif A : 45 € par jour
Tarif B : 30 € par jour avec versement d'une caution non remboursable de 150 € au 1er jour de location
Tarif C : 750 € quelle que soit la durée de la location n'excédant pas 30 jours.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de location	8	15	30
Montant de la location avec le tarif A			
Montant de la location avec le tarif B			
Montant de la location avec le tarif C			

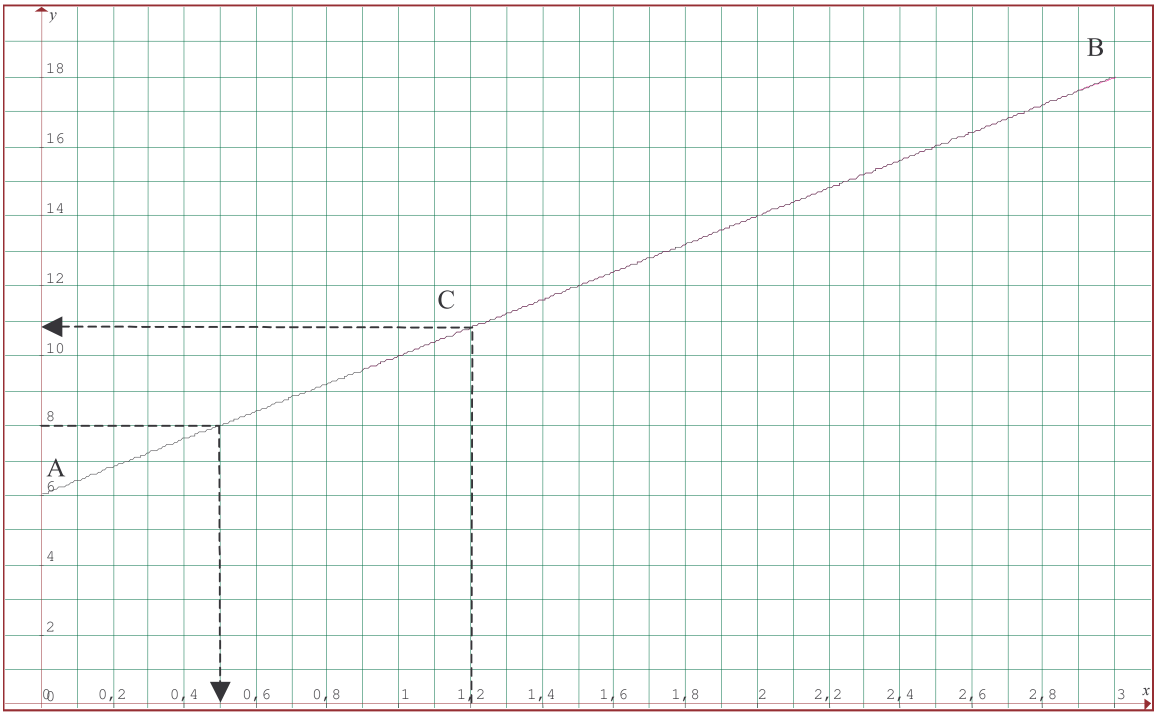
Indiquer le tarif le plus intéressant pour une durée de 8 jours, de 15 jours, de 30 jours

b) Soit x le nombre de jours de locations
   Montrer que f, g, h dépenses respectives avec les tarifs A, B, C sont des fonctions affines que l'on précisera.
c) Représenter ces 3 fonctions affines dans un même repère orthogonal
   On prendra 1 cm pour 2 jours de location en abscisses et 1 cm pour 75 € en ordonnées.
d) Donner par simple lecture graphique la durée pour laquelle les tarifs A et B sont les mêmes
   Retrouver ce résultat par un calcul
e) Lire sur le graphique à partir de quelle durée le tarif C est le plus intéressant
   Retrouver ce résultat par le calcul

Corrigé Exercices Fonctions affines

$\boxed{1}$ Un pavé droit

1) Volume du pavé droit $V = L \times l \times h$
On a $L = 2$ $l = 2$ $h = 1{,}5 + x$ donc $V(x) = 2 \times 2 \times (1{,}5 + x) = 4(x + 1{,}5) = 4x + 6$
$V(x) = 4x + 6$ $V(x)$ est bien de la forme $ax + b$ avec $a = 4$ et $b = 6$
V est donc une fonction affine
2) V est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite d'équation $y = 4x + 6$
Pour $0 \leq x \leq 3$ on obtiendra un segment
Si $x = 0$ alors $y = 6$ d'où le point A (0 ; 6)
Si $x = 3$ alors $y = 4 \times 3 + 6 = 18$ d'où le point B(3 ; 18)



Graphiquement le point C d'abscisse 1,2 a pour ordonnée environ 10,9
donc $V(1{,}2) \approx 10{,}9$ cm^3
$V(x) = 4x + 6$
donc $V(1{,}2) = 4\times 1{,}2 + 6 = 10{,}8$ donc $V(1{,}2) = 10{,}8$ cm^3
3) Le nouveau pavé est un cube si h = 2 cm
$1{,}5 + x = 2$ donc $\boxed{x = 0{,}5 \text{ cm}}$
On peut retrouver ce résultat en résolvant l'équation $4x + 6 = 8$ ou par lecture graphique point (0,5 ; 8)

$\boxed{2}$ Degré Celsius et degré Farenheit

a) Soit f la fonction affine donnant la température en °F à partir de la température en °C
Si x est la température en °C on a $f(x) = ax + b$
On a $f(0) = 32$ donc $a \times 0 + b = 32$ donc $b = 32$
On a $f(100) = 212$ donc $a \times 100 + 32 = 212$
$100a + 32 = 212$
$100a = 212 - 32$
$100a = 180$
$a = 1{,}8$
La fonction f est donc définie par $f(x) = 1{,}8x + 32$

b) Soit g la fonction affine donnant la température en °C à partir de la température en °F
Si x est la température en °F on a $g(x) = a\,x + b$
On a $g(32) = 0$ et $g(212) = 100$

donc $32\,a + b = 0$ et $212\,a + b = 100$ d'où le système $\begin{cases} 32\,a + b = 0 \\ 212\,a + b = 100 \end{cases}$

- On exprime b en fonction de a à partir de $\boxed{1}$

  $b = -\,32\,a$

- On remplace b par sa valeur dans $\boxed{2}$ et on calcule a

  $212\,a - 32\,a = 100$
  $180\,a = 100$
  $a = \dfrac{100}{180}$
  $a = \dfrac{5}{9}$

- On calcule b

  $b = -32 \times \dfrac{5}{9}$

  $b = -\dfrac{160}{9}$

- Vérification

  $32 \times \dfrac{5}{9} - \dfrac{160}{9} = \dfrac{160}{9} - \dfrac{160}{9} = 0$

  $212 \times \dfrac{5}{9} - \dfrac{160}{9} = \dfrac{1060}{9} - \dfrac{160}{9} = \dfrac{900}{9} = 100$

  d'où la solution $\left(\dfrac{5}{9}\,;\, -\dfrac{160}{9}\right)$

La fonction g est donc définie par $g(x) = \dfrac{5}{9}x - \dfrac{160}{9}$

Remarque : on peut aussi déterminer le coefficient a de g en appliquant la formule $a = \dfrac{g(212) - g(32)}{212 - 32}$

$\boxed{3}$ Une location

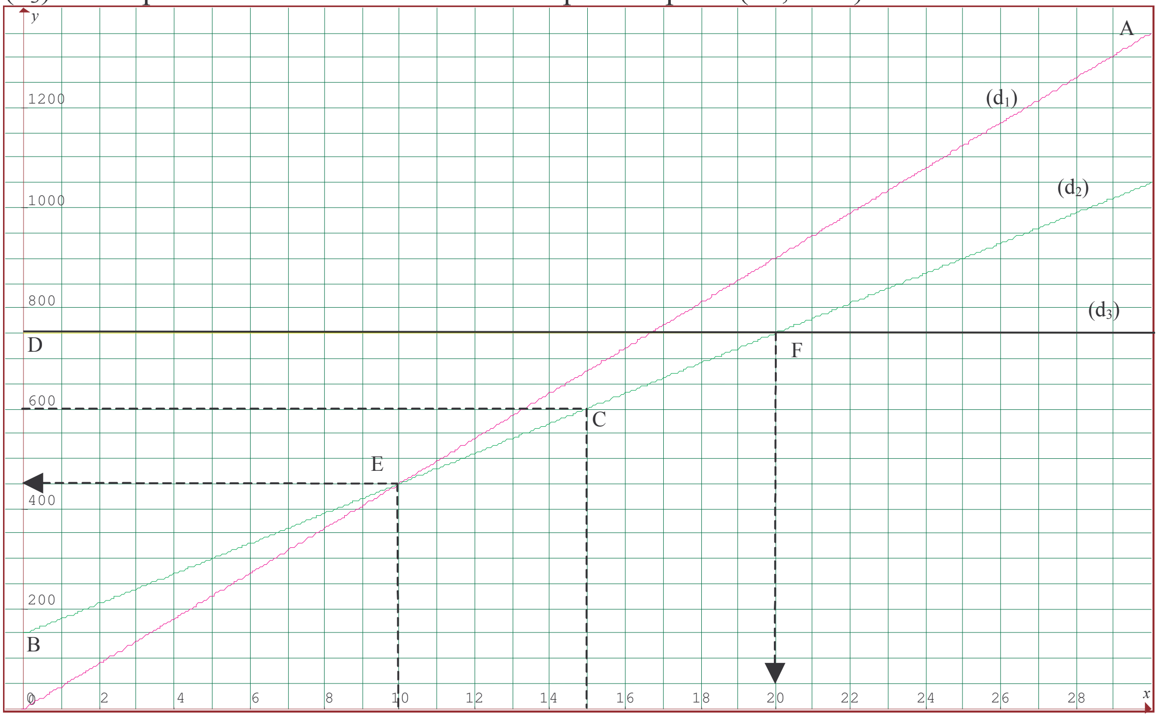
a)

Nombre de jours de location	8	15	30
Montant de la location avec le tarif A	360	675	1350
Montant de la location avec le tarif B	390	600	1050
Montant de la location avec le tarif C	750	750	750

Pour 8 jours c'est la tarif A le plus intéressant, pour 15 jours c'est le tarif B et pour 30 jours le tarif C
b) Soit x le nombre de jours de locations
$f(x) = 45\,x$ f fonction affine avec $a = 45$ et $b = 0$ (f est aussi linéaire)
$g(x) = 30\,x + 150$ g fonction affine avec $a = 30$ et $b = 150$
$h(x) = 750$ h fonction affine avec $a = 0$ et $b = 750$ (h est une fonction constante)

c) f, g, h sont des fonctions affines donc leurs représentations graphiques sont des droites.
(d_1) représentant f d'équation $y = 45\,x$
(d_1) passe par l'origine (f linéaire) et le point A (30 ; 1350)
(d_2) représentant g d'équation $y = 30\,x + 150$
si $x = 0$ alors $y = 150$ B(0 ; 150)
si $x = 15$ alors $y = 600$ C(15 ; 600)
(d_2) est la droite (BC)
(d_3) représentant h d'équation $y = 750$

(d_3) droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par D(0 ; 750)



d) Les droites (d_1) et (d_2) se coupent au point E(10 ; 450)
Pour 10 jours de location la dépense avec le tarif A et le tarif B est de 450 €
Dépense avec le tarif A : f(x) = 45 x
Dépense avec le tarif B : g(x) = 30 x + 150
Même dépense avec les deux tarifs :on résout l'équation f(x) = g(x)
donc 45 x = 30 x + 150
45 x – 30 x = 150
15 x = 150
x = 10
Vérification : 45 × 10 = 450
Donc pour 10 jours la dépense est de 450 € avec le tarif A ou le tarif B

e) Les droites (d_2) et (d_3) se coupent au point F(20 ; 750)
Donc pour 20 jours de location la dépense pour les tarifs B et C est la même 750 € et pour plus de 20 jours le tarif C est plus intéressant.
Dépense avec le tarif B : g(x) = 30 x + 150
Dépense avec le tarif C : h(x) = 750
Tarif C plus intéressant :on résout l'inéquation g(x) > h(x)
donc 30 x + 150 > 750
30 x > 750 – 150
30 x > 600
x > 20
Pour plus de 20 jours le tarif C est plus intéressant

Conclusion :
Pour moins de 8 jours : tarif A
Pour 8 jours : tarif A ou tarif B
Pour une durée comprise entre 9 jours et 20 jours : tarif B
Pour 20 jours : tarif B ou tarif C
Pour une durée comprise entre 20 jours et 30 jours : tarif C