

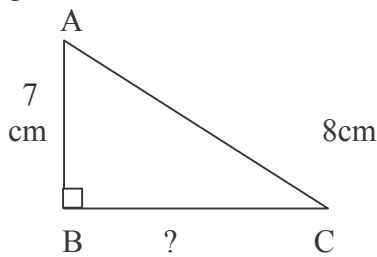
Le théorème de Pythagore, sa contraposée et sa réciproque

1- Théorème de Pythagore

But : Dans un triangle rectangle, connaissant deux longueurs sur les trois, on détermine la troisième.

☒ On se place dans un triangle rectangle.

Exemple 1 :



Dans le triangle ABC rectangle en B, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$\text{Donc } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{Donc } 8^2 = 7^2 + BC^2$$

$$\text{Donc } 64 = 49 + BC^2$$

$$\text{Donc } BC^2 = 64 - 49 = 15$$

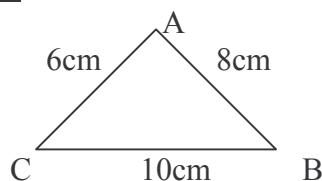
$$\text{Donc } BC = \sqrt{15} \text{ cm (car BC est positif)}$$

2- Savoir si un triangle est rectangle ou non, connaissant la longueur de ses trois côtés.

On détermine le côté le plus long.

- Si le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des deux autres côtés
 - utiliser la réciproque du théorème de Pythagore
 - Donc le triangle est rectangle
- Si le carré du côté le plus long n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés
 - utiliser le théorème de Pythagore (sa contraposée)
 - Donc le triangle n'est pas rectangle

Exemple 2 :



[BC] est le côté le plus long.

Comparons BC^2 et $AC^2 + AB^2$:

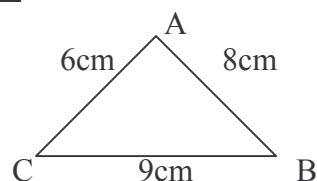
$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$AC^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{Donc } AC^2 + AB^2 = BC^2$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple 3 :



[BC] est le côté le plus long.

Comparons BC^2 et $AC^2 + AB^2$:

$$BC^2 = 9^2 = 81$$

$$AC^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{Donc } AC^2 + AB^2 \neq BC^2$$

Donc d'après le théorème de Pythagore (sa contraposée), le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle.