FONCTIONS AFFINES

1. Fonction affine

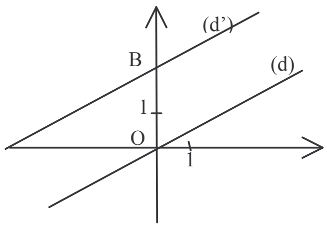
a et *b* étant deux nombres donnés, la fonction affine définie par *a* et *b* fait correspondre à chaque nombre *x*, le nombre *ax* + *b*
On dit que le nombre *ax* + b est l'image de *x* par cette fonction.
On note $f(x) = a \cdot x + b$ ou bien : $f \quad x \longmapsto a \cdot x + b$

Exemple :
Soit *f* la fonction définie par $f(x) = -2x + 5$
l'image de 3 par la fonction *f* est : $f(3) = -2 \times 3 + 5 = -6 + 5 = -1$ donc l'image de 3 par la fonction *f* est – 1

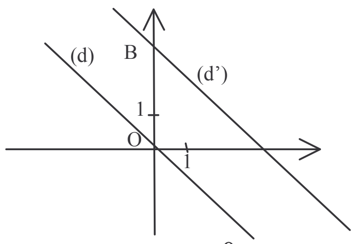
Remarques :
• Si $b = 0$ alors $f(x) = a \cdot x$ on retrouve la fonction linéaire
• Si $a = 0$ alors $f(x) = b$ la fonction f est constante
• On appelle $x \to ax$ la fonction linéaire associée à : $x \to ax+b$.
Par exemple, la fonction linéaire associée à la fonction affine $f : x \to 5x - 4$ est $g : x \to 5x$.

2. Représentation graphique de *f* dans un repère

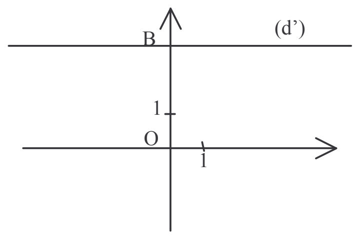
Dans un repère, la représentation graphique de la fonction affine : $x \to ax + b$ est la droite (d') passant par le point B(0 ; *b*) et parallèle à la droite (d) représentant la fonction linéaire associée : $x \to ax$.
On dit alors que (d') a pour équation : $y = ax + b$, *a* étant **le coefficient directeur** de cette droite et *b* **l'ordonnée à l'origine** de cette droite.



$a > 0$
f est croissante



$a < 0$
f est décroissante



$a = 0$
f est constante

Remarques :
Soit f la fonction affine définie par $f(x) = a \cdot x + b$
• $f(0) = b$ b est appelé l'ordonnée à l'origine
• x et x' étant 2 nombres distincts on a : $\dfrac{f(x) - f(x')}{x - x'} = a$
• Si g fonction affine définie par $g(x) = a \cdot x + b'$
alors les représentations graphiques de f et de g sont des droites parallèles.

Exercice
Déterminer la fonction affine f telle que $f(2) = 7$ et $f(-2) = -1$

f affine donc on peut écrire $f(x) = a \cdot x + b$ Déterminer f revient à calculer a et b
$f(2) = 7 \ \ donc \ \ a \times 2 + b = 7 \ \ donc \ \ 2a + b = 7$
$f(-2) = -1 \ \ donc \ \ a \times (-2) + b = -1 \ \ donc \ \ -2a + b = -1$ D'où le système :

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$$

• On exprime b à partir de l'équation $\boxed{2}$
b = 2a – 1
• On remplace dans $\boxed{1}$ et on calcule a
2a + 2a – 1 = 7
4a – 1 = 7
4a = 7 + 1
4a = 8
a = 2

• On calcule b
b = 2 × 2 – 1
b = 3
• Vérification
2 × 2 + 3 = 4 + 3 = 7
– 2 × 2 + 3 = – 4 + 3 = – 1

La fonction f est donc définie par $\boxed{f(x) = 2x + 3}$