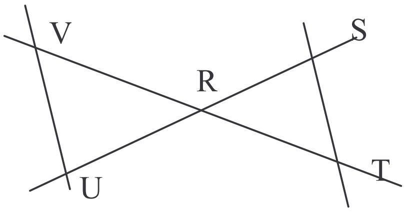
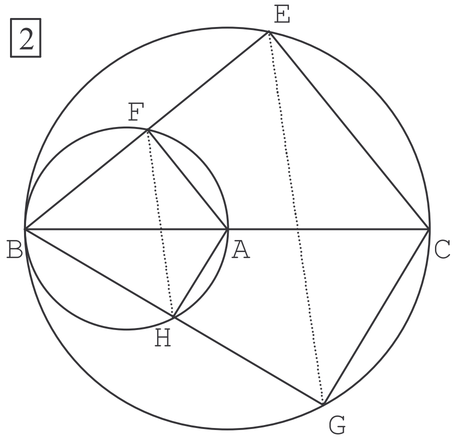
Exercices Thalès

1



Sur la figure ci-contre (faite à "main levée") on donne :
RS = 3 SU = 7 RT = 4,5 RV = 6 et ST = 5
a) Démontrer que (ST)//(UV)
b) Calculer UV

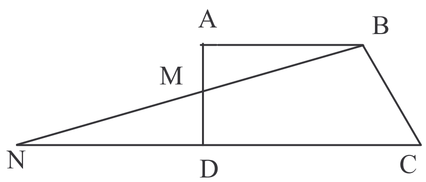
2



On considère la figure ci–contre sur laquelle [AB] est un diamètre de C_1 et [BC] un diamètre de C_2
Le but de l'exercice est de montrer que (FH)//(EG)

a) Montrer que BAF, BCE, BHA, BGC sont des triangles rectangles
b) Démontrer que(FA)//(CE) et (AH)//CG)
c) Démontrer que $\frac{BF}{BE} = \frac{BA}{BC}$
d) Démontrer que $\frac{BH}{BG} = \frac{BA}{BC}$
e) En déduire que (FH)//(EG)

3



Un milieu
ABCD est un trapèze rectangle tel que AB = 5 AD = 6 CD = 10 et $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$
M est un point quelconque de [AD]. La droite (BM) coupe la droite (CD) en N
On cherche où placer le point M pour que D soit le milieu de [CN].
Indication :

- exprimer DN en fonction de x (AM = x)
- calculer x

4 a) Sur papier blanc, tracer une droite (AB) et construire les points M qui vérifient : $\frac{MB}{MA} = \frac{7}{5}$

b) Sur papier blanc, tracer une droite (AB) et construire les points M qui vérifient $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$

Corrigé exercices Thalès

$\boxed{1}$ a) Comparons les rapports $\dfrac{RS}{RU}$ et $\dfrac{RT}{RV}$

SU = 7 et RS = 3 donc RU = 4 d'où $\dfrac{RS}{RU} = \dfrac{3}{4}$

$\dfrac{RT}{RV} = \dfrac{4{,}5}{6} = \dfrac{45}{60} = \dfrac{3}{4}$

donc $\dfrac{RS}{RU} = \dfrac{RT}{RV}$

$\left\{\begin{array}{l}\text{Les points U, R, S sont alignés}\\ \text{les points V, R, T sont alignés}\\ \text{U, R, S sont dans le même ordre que V, R, T}\\ \dfrac{RS}{RU} = \dfrac{RT}{RV}\end{array}\right.$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès (UV)//(ST)

b) Les points U, R, S sont alignés ainsi que les points V, R, T
(UV)//(ST) d'après la question a) on peut donc utiliser le théorème de Thalès

donc $\dfrac{RS}{RU} = \dfrac{RT}{RV} = \dfrac{ST}{UV}$

$\dfrac{RS}{RU} = \dfrac{ST}{UV}$ donc $\dfrac{3}{4} = \dfrac{5}{UV}$ donc $\boxed{UV = \dfrac{20}{3}}$

$\boxed{2}$ Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un côté du triangle alors ce triangle est rectangle

BAF et BAH inscrit dans le cercle de diamètre [AB] donc ABE et BAH rectangles resp. en F et H
BCE et BGC inscrit dans le cercle de diamètre [BC] donc BCE et BCG rectangles resp. en H et G
BFA et BCE rectangles donc (AF)⊥(BE) et (CE)⊥(BE) donc (AF)//(CE)
BHA et BCH rectangles donc (AH)⊥(BG) et (CG)⊥(BG) donc (AH)//(CG)

$\left\{\begin{array}{l}F \in (BE)\\ A \in (BC)\\ (AF)//(CE)\end{array}\right.$ donc d'après le théorème de Thalès $\dfrac{BA}{BC} = \dfrac{BF}{BE}$

$\left\{\begin{array}{l}H \in (BG)\\ A \in (BC)\\ (AH)//(CG)\end{array}\right.$ donc d'après le théorème de Thalès $\dfrac{BA}{BC} = \dfrac{BH}{BG}$

D'où $\dfrac{BA}{BC} = \dfrac{BH}{BG} = \dfrac{BF}{BE}$

$\left\{\begin{array}{l}H \in (BG)\\ F \in (BE)\\ \text{B, H,G sont dans le même ordre que B, F, E}\\ \dfrac{BH}{BG} = \dfrac{BF}{BE}\end{array}\right.$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès (EH)//CG)

$\boxed{3}$ Considérons les triangles MAD et MDN

$\left\{\begin{array}{l}D \in (AM)\\ N \in (BM)\\ (AB)//(ND)\end{array}\right.$ donc d'après le théorème de Thalès $\dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MB}{MN} = \dfrac{AB}{ND}$

d'où $\dfrac{x}{(6-x)} = \dfrac{5}{ND}$ donc $ND = \dfrac{5(6-x)}{x}$

Or si D est le milieu de [CN] alors ND = DC = 10

$\dfrac{5(6-x)}{x} = 10$ donc $10x = 5(6-x)$

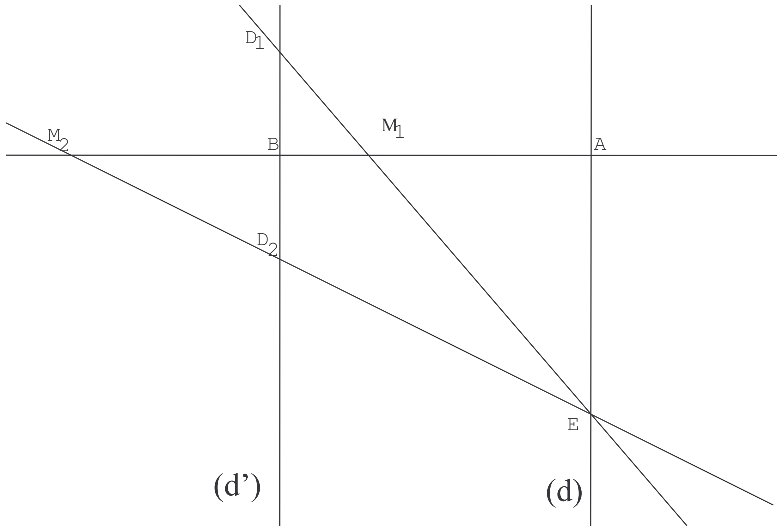
donc $10x = 30 - 5x$

donc $10x + 5x = 30$ donc $x = 2$

On choisit donc M point de [AB] tel que AM = 2

$\boxed{4}$

a)



Considérons (d) et (d') droites parallèles passant respectivement par A et B

Sur (d) plaçons D_1 et D_2 tels que $BD_1 = BD_2 = 5$

Sur (d') plaçons E tel que $AE = 7$

M_1 et M_2 points d'intersection de (AB) et des droites (ED_1) et (ED_2)

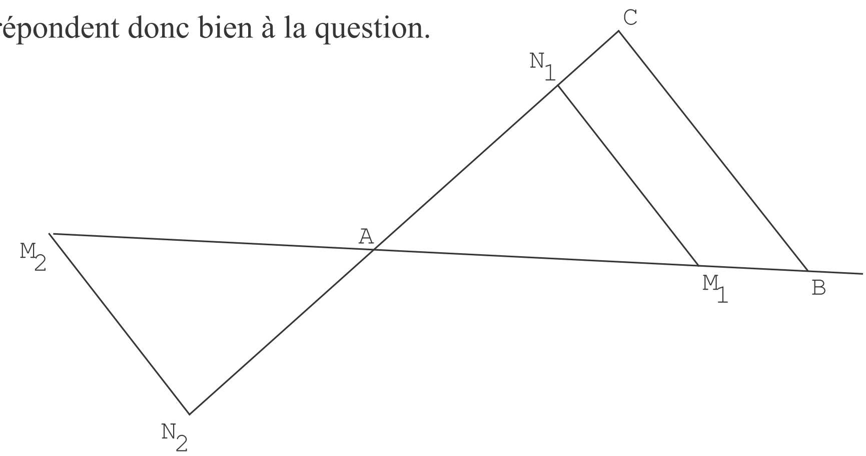
On a (d)//(d') donc d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{M_1A}{M_1B} = \frac{M_1E}{M_1D_1} = \frac{AE}{BD_1} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{M_2A}{M_2B} = \frac{M_2E}{M_2B} = \frac{AE}{BD_2} = \frac{7}{5}$$

Les points M_1 et M_2 répondent donc bien à la question.

b)



Considérons un point C tel que $AC = 4$ et les points N_1 et N_2 points de (AC) tels que $AN_1 = AN_2 = 3$ avec $N_2 \notin [AC]$

Construisons M_1 et M_2 points de (AB) tels que $(M_1N_1)//(BC)$ et $(M_2N_2)//(BC)$

Les points M_1 et M_2 construits répondent à la question :

$$\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (CA) \\ (MN)//(BC) \end{cases} \text{ d'après le théorème de Thalès } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

or $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$

Les points M_1 et M_2 répondent donc bien à la question