

Devoir maison

On considère la fonction f définie sur $] -1 ; +\infty [$ par : $f(x) = \frac{0,5}{x+1} + \ln(x+1)$

On note C sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$: unité graphique 2 cm..

1° Déterminer les limites de f en -1 et en $+\infty$.

Lorsque x tend vers -1 on pourra poser $t = x + 1$ et utiliser $\lim_{t \rightarrow 0} t \ln t = 0$

2° Etudier les variations de la fonction f .

3° Déterminer le développement limité d'ordre 3 de la fonction f au voisinage de 0 et en déduire :

- une équation de la tangente T au point d'abscisse 0.
- la position de C par rapport à T au voisinage de 0.

4° Tracer C et T dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

5° a) Montrer que la fonction G définie par : $G(x) = (x+1) \ln(x+1) - x$ est une primitive, sur $] -1 ; +\infty [$, de la fonction g définie par : $g(x) = \ln(x+1)$

b) En déduire l'aire, exprimée en cm^2 , de la région limitée par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équation " $x = 0$ " et " $x = 2$ ".

On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au mm^2 .