ETUDE DE FONCTION. COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE

I. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; + \infty [$ par $g(x) = 2x^3 + 3 - 6 \ln x$. 1.

1° Déterminer la dérivée g' de la fonction g . Etudier son signe.

2° Donner le tableau de variation de g ; calculer $g(1)$. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0 ; + \infty [$.

II On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; + \infty [$ par $f(x) = x - 1 + \frac{3 \ln x}{2x^2}$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

1° Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est droite asymptote à (C) .

Déterminer la position relative de (D) et de (C) .

2. Déterminer la dérivée f' de la fonction f et vérifier qu'elle peut s'écrire $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^3}$

En utilisant un résultat de la 1^oe partie, déterminer le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f .

3° Tracer la droite (D) et la courbe (C) .

ETUDE DE FONCTION. COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE

Soit la fonction définie sur $]0 ; + \infty [$: $f(x) = 2e^{-x} - x^2 + 2x$.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm. On note (C) la courbe représentative de f et (C') la courbe représentative de la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; + \infty [$ par $g(x) = -x^2 + 2x$.

1° Etudier la limite de f en $+\infty$.

2° a) Déterminer les fonctions dérivées f' et f'' . Déterminer le sens de variation de f' . En déduire le signe de $f'(x)$ puis le sens de variation de f .

b) Rassembler les résultats dans un tableau.

3° Etudier la position relative des courbes (C) et (C') ; on étudiera le signe de $d(x) = f(x) - g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} d(x)$.

Tracer les courbes (C) et (C') .

ETUDE DE FONCTION. COURBE ASYMPTOTE

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; + \infty [$ par : $f(x) = e^{1-x} + \ln x$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 4 cm.

I Etude préalable

1° Etudier les variations sur $]0 ; + \infty [$ de la fonction φ définie par $\varphi(x) = x e^{1-x}$ (on ne demande pas la limite de φ en $+\infty$).

2° En déduire que, pour tout réel x strictement positif, on a $\varphi(x) \leq 1$; préciser la valeur de x pour laquelle on a l'égalité.

II Etude de f et courbe représentative

1° Déterminer, en les justifiant, les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2° Calculer la dérivée de f ; montrer alors que $f'(x) = \frac{1 - \varphi(x)}{x}$ et en déduire le signe de $f'(x)$, la valeur

annulant $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f .

3° On note (Γ) la représentation graphique de la fonction logarithme népérien dans le même repère.

On pose $d(x) = f(x) - \ln x$.

a) Etudier le signe de $d(x)$ sur $]0 ; + \infty [$; en déduire la position relative des courbes (C) et (Γ) .

b) Etudier la limite de $d(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

c) Tracer la courbe (Γ) sans justification et la courbe (C) .