Equations trigonométriques

a) Résoudre dans l'intervalle $\left[0 . \frac{5\pi}{3}\right]$ l'équation $1 - \sin 3t = 0$

b) Déterminer les nombres réels constants α et φ, avec $\alpha > 0$ et $0 \leq \varphi \leq \pi$, tels que, pour tout nombre réel t, $\cos 3t + \sin 3t = \alpha \cos(3t - \varphi)$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos 3t + \sin 3t = -1$.

c) Enclume et marteau Lors de l'étude du choc d'un marteau sur une enclume munie d'un système d'amortisseurs, on est amené à considérer l'expression $f(t) = 50{,}7 \cos(15{,}6\,t) + 2{,}6 \sin(15{,}6\,t)$.
Résoudre dans l'intervalle [0, 1], à 10^{-2} près, l'équation $f(t) = 0$. On rappelle que les solutions de l'équation $\tan x = \tan \alpha$ sont de la forme $x = \alpha + k\pi$, k étant un nombre entier relatif quelconque.

Etudes de signe

a) Avec un logarithme. Etudier le signe de $1 + \ln t$ lorsque t varie dans l'intervalle $]0, +\infty[$.
b) Avec un polynôme (et une exponentielle). Etudier le signe de $(-x^2 + 2x)e^{-x}$ lorsque x varie dans $\mathbb{R}$
c) Avec une exponentielle. Etudier le signe de $e^{x/5} - 1$ lorsque x varie dans $\mathbb{R}$.
d) Avec une exponentielle. Etudier le signe de $3e^{-t} - 1$ lorsque t varie dans $\mathbb{R}$.
e) Avec un cosinus. Etudier le signe de $\cos(t + \pi/4)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Détermination de limites

a)Avec une fonction polynôme. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ dans chacun des cas suivants:

$f(x) = -3x^2 + 4x + 1$	$f(x) = -x^3 + x + 1.$	$f(x) = -x^5 + 2x^3 - 5x$

b) Avec une fonction rationnelle Déterminer les limites en 3 et en $+\infty$ de la fonction définie sur $]3, +\infty[$ par :

$f(t) = \frac{t+1}{t-3}$	$f(x) = \frac{t^2+1}{3-t}$	$f(t) = \frac{1}{3-t}$

c) Déterminer les limites en -2 et en 2 de la fonction définie sur $]-2, 2[$ par : $f(t) = \frac{t+3}{t^2-4}$

d) Avec un logarithme. Déterminer les limites en 0 et en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par:

$f(t) = t + \ln t$	$f(t) = t + \frac{\ln t}{t}$	$f(x) = x \ln x$	$f(x) = 3x^2 - \ln x$	$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

e) Avec une exponentielle. Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(t) = e^t + e^{-t}$	$f(x) = x + 1 + e^x$

f) Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - 3x$. Indication : Mettre e^x en facteur dans f (x) pour déterminer la limite en $+\infty$.

g) Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$. On rappelle que, pour tout entier positif n, $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = o$.

Recherche d'asymptotes Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 1}$ a) Déterminer trois nombres réels constants a, b, c tels que, pour tout nombre réel x de $]1, +\infty[$ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ b) En déduire que la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f admet une asymptote oblique $\mathcal{D}$ dont on donnera une équation. c) Etudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à $\mathcal{D}$ sur l'intervalle $]1, +\infty[$. d) La courbe $\mathcal{C}$ admet-elle une autre asymptote? En donner une équation.

Calcul de dérivées

a) Fonctions polynômes et puissance. Déterminer la dérivée des fonctions polynômes suivantes:

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^3 + 3x^2 + 4.$	f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = (-3t + 1)^2.$

b) Fonctions rationnelles et puissance. Déterminer la dérivée des fonctions rationnelles suivantes:

f définie sur $]-\infty, 3[$ par $f(t) = \frac{3t - 7}{-t + 3}$	f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 + x + 1}$

c) Fonctions circulaires. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes:

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \cos\left(3t + \frac{\pi}{3}\right).$	f définie sur Ils par $f(t) = \sin^2 t.$	f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos^2 3x.$

d)Fonction racine carrée. Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $]-\infty, 3]$ par $f(x) = \sqrt{-3x + 2}$.

e) Fonctions logarithme et puissance. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes:

f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = x \ln x$	f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(t) = \frac{\ln t}{t}.$	f définie sur $]\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = (\ln x)^2.$
f définie sur $]-2, +\infty[$ par $f(t) = \ln(2t + 3).$		

f) Fonctions exponentielle et puissance. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes:

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = e^{(t^2)}.$	f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}.$	f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{e^x}$
f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - e^{-x}$	f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\,e^t$	