

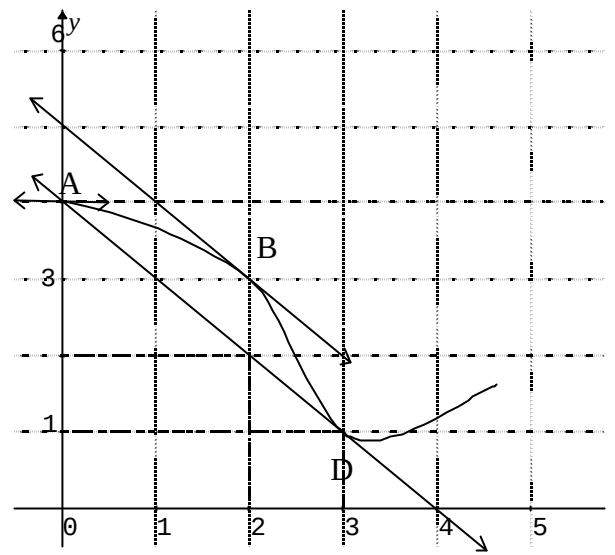
1 Lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique

Coefficients directeurs de tangentes

La figure ci-dessous donne la courbe représentative le d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0, 5]$  dans le plan muni du repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

On précise qu'au point A de coordonnées  $(0, 4)$  la tangente à la courbe C est parallèle à l'axe des abscisses, qu'au point B de coordonnées  $(2, 3)$  la tangente est la droite (BE), E étant le point de coordonnées  $(0, 5)$ , et qu'au point D de coordonnées  $(3, 1)$  la tangente est la droite (AD).

Déterminer les coefficients directeurs respectifs des trois tangentes précédentes; en déduire les nombres réels  $f'(0)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(3)$ .



2

Le plan est muni du repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (unités: 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées). Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-1, 2]$  dont on donne la courbe représentative C, sur la figure.

On précise qu'au point A de coordonnées  $(-1, 2)$  et qu'au point B de coordonnées  $(1, -2)$  la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

1° Utiliser le graphique pour déterminer les nombres réels  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f'(1)$ .

2° Résoudre graphiquement sur  $[-1, 2]$  les inéquations suivantes: a)  $f'(x) > 0$ . b)  $f'(x) \leq 0$ .

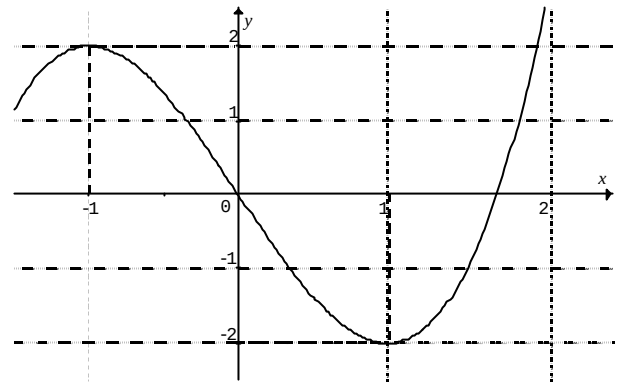
3° Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-1, 2]$ .

4° On suppose que  $f(x)$  est de la forme suivante :  $f(x) = ax^3 + bx + c$ .

A l'aide des valeurs mises en évidence à la question 1° calculer les trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

5° Utiliser l'expression de  $f(x)$  obtenue au 4° pour résoudre sur  $[-1, 2]$  l'équation  $f(x) = 0$ .

Vérifier les résultats sur le graphique,



3

Le plan est muni du repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (unité de longueur 2 cm). Soit  $f$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $I = [-1, 3]$ , dont on donne la courbe représentative C ci-dessous. On précise qu'aux points A et B la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

1° Donner le tableau de variation de  $f$ .

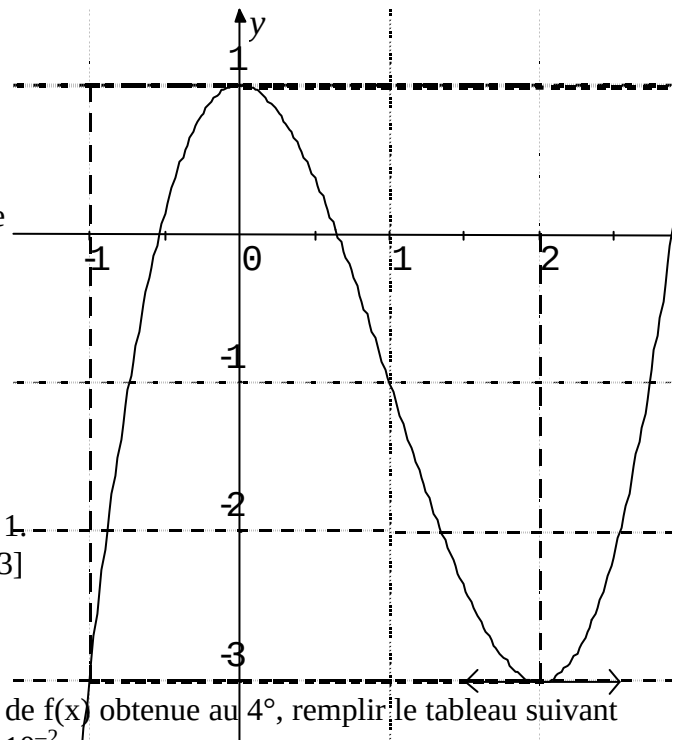
2° Déduire de la représentation graphique C qu'il existe trois nombres réels de l'intervalle  $I$  tels que  $f(x) = 0$ .

Donner la valeur approchée de chacun de ces trois nombres réels à  $10^{-1}$  près par défaut.

3° A l'aide du graphique, résoudre dans  $I$  l'inéquation :  $f(x) \leq 1$ .

4° On admet maintenant que  $f$  est définie sur l'intervalle  $[-1, 3]$  par  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , où  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  sont quatre constantes réelles. Utiliser les données de la figure pour déterminer les quatre nombres réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ .

5° A l'aide d'une calculatrice programmable et de l'expression de  $f(x)$  obtenue au 4°, remplir le tableau suivant dans lequel on fera figurer des valeurs approchées arrondies à  $10^{-2}$ .



| x    | 2,80 | 2,81 | 2,82 | 2,83 | 2,84 | 2,85 | 2,86 | 2,87 | 2,88 | 2,89 | 2,90 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| f(x) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |

En déduire un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de la plus grande des solutions positives de l'équation  $f(x) = 0$ .

4 A. Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ , On

note  $f'$  la dérivée de  $f$ . On a tracé, ci-contre, relativement à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative de  $f$  sur l'intervalle  $[-2,5; 3]$ . Cette courbe passe par le point de coordonnées  $(-2, 0)$ . Les droites  $D$  et  $T$  sont les tangentes à cette courbe aux points d'abscisses  $-1$  et  $2$ ; la droite  $D$  est parallèle à l'axe des abscisses.

Chacune des questions de cette partie A sera traitée graphiquement. Aucune justification n'est demandée.

1° Donner le nombre de solutions, sur  $[-2,5; 3]$ , de l'équation  $f(x) = 1,5$  et un encadrement de chacune de ces solutions par deux entiers consécutifs.

2° Résoudre sur  $[-2,5; 3]$  les inéquations suivantes :

a)  $f(x) \geq 0$  ; b)  $f'(x) \geq 0$ .

3° Indiquer celui des trois intervalles suivants qui contient  $f'(2)$  :  $I = [-5, -2]$  ;  $J = [-1, 0]$  ;  $K = [1, 2]$ .

B. La fonction  $f$  précédente est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x+2)e^{-x}$ . On note  $C$  la courbe représentative de  $f$  relativement au repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1° a) Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .

b) Vérifier que, pour tout réel  $x$ , on a  $f(x) = \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x}$ , puis déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

2° a) Etablir que pour tout réel  $x$ , on a :  $f'(x) = -(x+1)e^{-x}$ .

b) Etudier le signe de  $f'(x)$  et les variations de  $f$ .

3° a) Résoudre, sur  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $(x+2)(e^{-x} - 2) = 0$ .

b) On note  $\Delta$  la droite d'équation «  $y = 2x + 4$  ». Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe  $C$  et de la droite  $\Delta$ . On donnera les valeurs exactes des coordonnées de ces points.

4° Justifier que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $F(x) = -(x+3)e^{-x}$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

