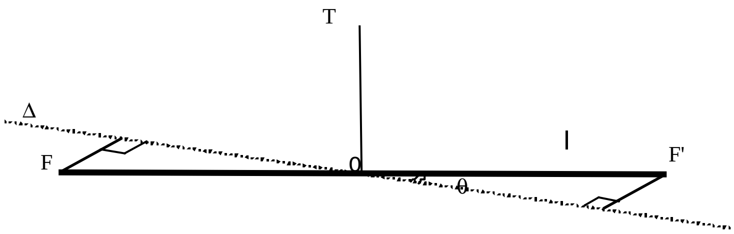
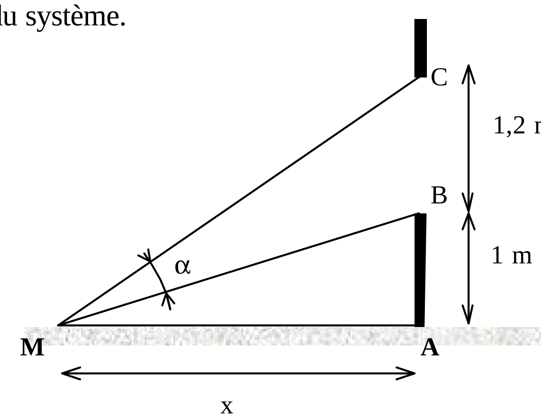
$\boxed{1}$ On considère un système constitué d'une tige de longueur 2 L suspendue par son milieu à un fil de torsion de raideur K.. Soit Δ la position de repos de ce pendule de torsion. On exerce aux extrémités de la tige un couple de forces parallèles d'intensité F et de direction constante, perpendiculaire à Δ. F est mesurée en newtons, f en mètres, K en mètres. newtons par radian, θ en radians. La position d'équilibre du système sera obtenue lorsque le moment des forces $\overrightarrow{F}$ sera égal au moment de rappel exercé par le fil, soit 2 F **l** cos θ = K θ (1).
Dans la suite, F = 3 N ; f = 0,l m et K = 1,2 m.N/rad.
Le but du problème est la résolution approchée de l'équation (1) dans $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ soit f(θ) = 2 F **l** cos θ – K θ .



1° Etudier les variations de f, et préciser f(0) et $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$
2° Prouver que l'équation (1) α une solution unique α.
3° Par dichotomie, en présentant les divers intervalles, donner a à 10^{-2} près.
4° En déduire, en degrés, à une précision convenable, la position de l'équilibre du système.

$\boxed{2}$ Le meilleur angle de vision. Une ouverture BC de 1,2 m de hauteur est pratiquée dans un mur vertical AC à 1 m au-dessus du niveau du sol qui est horizontal. Un point M est situé à la distance x du pied du mur. On appelle α l'angle sous lequel on voit l'ouverture depuis ce point M.



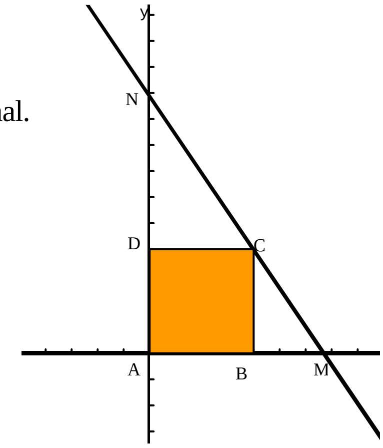
1° a) Exprimer tan $\widehat{AMB}$ en fonction de x.
b) Exprimer tan $\widehat{AMC}$ en fonction de x.
c) En déduire la valeur de tan a en fonction de x en admettant que:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

2° On considère la fonction f définie sur l'intervalle]0, 10[par $f(x) = \frac{1{,}2\,x}{x^2 + 2{,}2}$

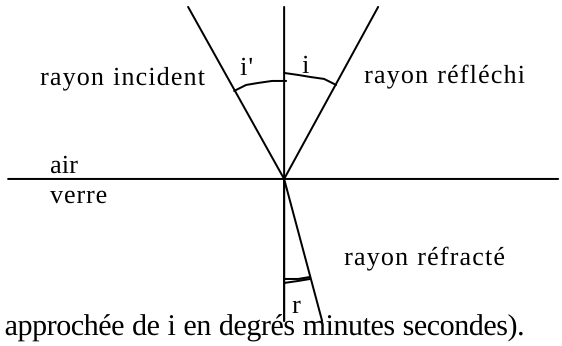
a) Etudier les variations de cette fonction.
b) En remarquant que f (x) = tan α, en déduire la valeur de x pour laquelle l'angle a est maximal. Calculer α (à 1° près par défaut).

$\boxed{3}$ Triangle d'aire minimale. Dans le quart de plan (Axy), ABCD est un carré de côté 4 cm.



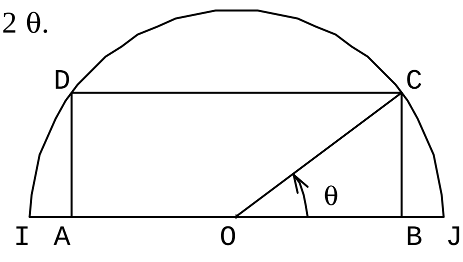
Une droite d, passant par le point C, coupe les demi-droites [Ax) en M et [Ay) en N.
Dans la suite, on pose: x = AM.
1° Calculer, en fonction de x, la longueur AN.
2° Calculer, en fonction de x, l'aire du triangle AMN.

$\boxed{4}$ Un rayon lumineux rencontre une lame de verre d'indice n = 1,5 .
La loi de la réflexion donne i = i' et la loi de la réfraction donne sin i = n sin r.
Déterminer quel doit être l'angle d'incidence i pour: que le rayon réfléchi et le rayon réfracté fassent



1° un angle de $\frac{\pi}{2}$ (on donnera tan i , puis i sous la forme d'un Arctan, puis la valeur approchée de i en degrés minutes seconde:
2° un angle de $\frac{3\pi}{4}$ (on donne tan i sous la forme a + b $\sqrt{2}$, puis la valeur approchée de i en degrés minutes secondes).

$\boxed{4}$ Avec une fonction circulaire. l° Soit g la fonction définie sur [0, 2, par : g(θ) = sin 2 θ.
a) Etudier les variations de g. b) Construire la courbe représentative Γ de g dans le plan muni du repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), unité 4 cm.
2° Application: un rectangle ABCD est inscrit dans un demi-cercle de centre O, de diamètre [I J] et de rayon R = 4,5 cm . θ désigne une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$, et on suppose que: $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$.



Donner en fonction de θ l'aire du rectangle ABCD. Déterminer la valeur de θ pour laquelle l'aire du rectangle ABCD est maximale. Quelles sont alors les dimensions de ce rectangle ?