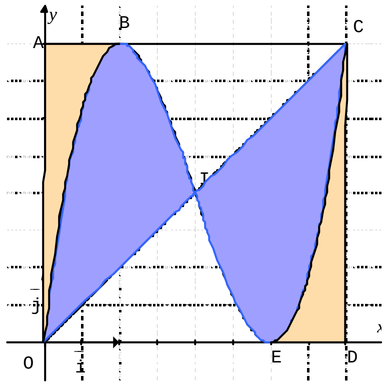
Aire. $\boxed{1}$ Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité graphique est le kilomètre.
Une rivière a la forme de la courbe d'équation $4 y = x^3 - 4 x^2 + 4 x$, et une route qui la coupe à l'origine forme l'axe des x . Calculer, à l'euro près, la valeur du terrain compris entre la rivière et la route, à partir du point où la route coupe la rivière jusqu'au point où elle la coupe de nouveau, le terrain coûtant 1 520 € l'hectare.

Aire. $\boxed{2}$ Un socle en plein air a la forme d'un carré de 40 mètres de côté et est partagé selon le dessin
Il s'agit de calculer les quantités de peinture nécessaire à son recouvrement en trois couleurs différentes.
On munit le plan d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, O étant l'un des sommets du carré ; l'unité est 10 m.
Les points de la figure ont respectivement pour coordonnées : A(0 ; 4) , B(l ; 4) , E(3 ; 0) , C(4 ; 4) , D(4 ; 0) .



1° Déterminer les réels a , b , c , d , de façon q: la courbe $\mathcal{C}$ d'équation $y = a x^3 + b x^2 + c x + d$ avec $0 \le x \le 4$, passe par les points O, B, C, E, et soit tangente en B au côté [AC] et en E côté [OD] .
2° Montrer que le centre du carré I symétrie de la courbe $\mathcal{C}$.
3° Calculer, en m^2, les aires des trois parties colorées de la figure.
4° Calculer le prix de revient des pots de peint nécessaires sachant que la peinture utilisée
- est vendue en pots de 10 L, à 0,453 € le litre, et recouvre 3 m^2 par litre, pour les surfaces limitées par [OA] et [CD] ;
- est vendue en pots de 20 L, à 22 € le pot, et recouvre 5 m^2 par litre, pour les surfaces limitées par [BC] et [OE] ;
- est vendue en pots de 17 L, à 25, 3 € le pot, et recouvre 6 m^2 par litre, pour le restant

Volume $\boxed{3}$
Partie A. Etude de fonction
Soit la fonction f définie sur $[-\sqrt{3} ; \sqrt{3}]$ par $f(x) = \dfrac{2 (x^2 + x + 1)}{x^2 + 1}$.

x	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$
f(x)					
points	A	B	C	D	E

1° Etudier les variations de f .
2° Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.
3° Tracer $\mathcal{C}$, l'arc de courbe représentant f dans le plan muni du repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2cm).
4° Placer $M\left(-\sqrt{3} . \dfrac{1}{2}\right)$; $N\left(0 . \dfrac{1}{2}\right)$ et $P(\sqrt{3}; 2)$.
Partie B. Calcul de volumes
Remarque : on admettra que si f est une fonction dérivable et positive sur l'intervalle [a ; b I , et si E est l'ensemble des points (x; y) du plan rapporté à un repère orthonormal, limité par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b , le volume du solide engendré par la rotation de E autour de l'axe des abscisses est, en unités de volume: $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \, dx$

$\boxed{4}$ Une pièce métallique est un volume de révolution évidé. Une coupe passant par l'axe de révolution fait apparaître extérieurement l'arc ABCDE de la courbe $\mathcal{C}$, [MA] et [PE], et leurs symétriques par rapport à l'axe des abscisses. Un évidement est formé des segments de droite [M N] et (N P] et de leurs symétriques par rapport à l'axe des abscisses.
1° Représenter la coupe de la pièce dans le repère $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.
2° a) Ecrire, sans la calculer, l'intégrale donnant le volume extérieur V_1 de la pièce, en cm^3.
b) Calculer les réels a , b , c et d tels que $\dfrac{1}{4} (f(x))^2 = 1 + \dfrac{a x + b}{x^2 + 1} + \dfrac{c x + d}{(x^2 + 1)^2}$
c) Calculer $I = \displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2} dx$ en faisant le changement de variable u = Arctan x .
d) Calculer V_1.
3° a. Donner une équation de la droite (NP).
b) Calculer, en cm^3 , le volume V_2 de l'évidemment.
4° Calculer, en cm^3, le volume de métal de la pièce (v. e. , puis E = 1) .