

1 Fonctions polynômes et puissance Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = (t - 2)^2$

b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2(2x - 3)^3$  ;

e) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = (3t - 1)^3$

d) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x(x^2 + 1)^2$ .

2 Lecture graphique

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$

1° Lecture graphique

Lire sur le dessin les valeurs entières de f(1), f(3), et f'(4).

Déterminer le signe de f'(2) et de celui de f(2).

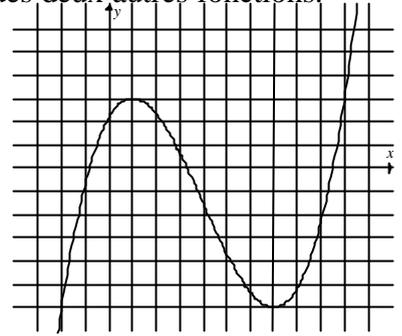
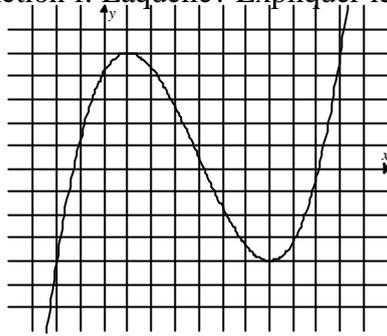
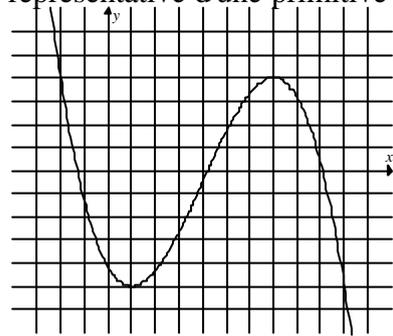
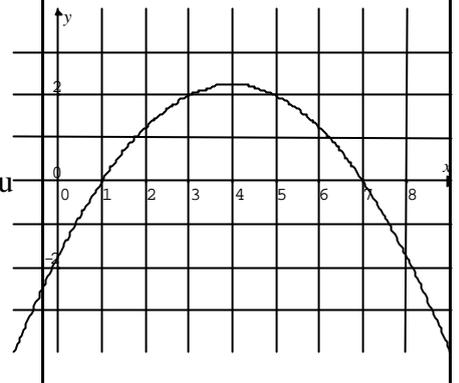
2° Détermination de la fonction On admet que f est une fonction polynôme du second degré donc que, pour tout nombre réel x,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont des nombres réels. En utilisant les résultats de la première question, déterminer les nombres réels a, b et c.

3° Primitive

Parmi les courbes représentatives des trois fonctions  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  ci-dessous, une seule est la courbe représentative d'une primitive de la fonction f. Laquelle? Expliquer le rejet des deux autres fonctions.



3 Fonctions rationnelles Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $]1, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{-4}{x-1}$

b) f définie sur  $] -\infty, \frac{1}{2}[$  par :  $f(t) = \frac{-4}{2t-1}$

c) f définie sur  $] -2, +\infty[$  par :  $f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{2x+3}$

4 Fonctions rationnelles et puissances Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $I = ] -\infty, 0[$  par  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$

b) f définie sur  $I = ]0, +\infty[$  par  $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}$

c) f définie sur  $] -\infty, 3[$  par :  $f(x) = -\frac{1}{(x-3)^2}$ .

5 Fonctions rationnelles et puissances Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $[0, +\infty[$  par  $f(t) = \frac{1}{1+t} + \frac{1}{(1+t)^2}$

b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$

c) f définie sur  $I = ]\frac{2}{3}, +\infty[$  par  $f(t) = \frac{2}{(3t-2)^2}$

6 Fraction rationnelle à décomposer Soit la fonction f définie sur  $] -3, 2[$  par :  $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 25}{x^2 + x - 6}$

Déterminer trois nombres réels a, b, c tels que, pour tout nombre réel x de  $] -3, 2[$  :  $f(x) = a + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x-2}$

2° En déduire les primitives de f sur  $] -3, 2[$ .

7 Fonctions circulaires Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = -3 \sin(3t + \frac{\pi}{12})$ .

b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = 2 \cos(2t + \frac{\pi}{6})$

8 Fonctions circulaires Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = \sin(3t - \frac{\pi}{4})$ .

b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = 3 \cos(2t + \frac{\pi}{8})$ .

9 Quotient de fonctions circulaires

Déterminer les primitives de la fonction ,f définie sur  $] -\frac{\pi}{2}; 0 [$  par :  $f(x) = \frac{1}{\tan x}$

10 Fonctions circulaires et puissance Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin x \cos^2 x$ .      b),f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = \cos t \sin^3 t$ .

11 Avec les formules dEuler Déterminer les primitives des fonctions suivantes après avoir linéarisé f (t).

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = \cos^3 3t$ .      b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = \sin^3 3t$ .  
c) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = \sin^4 2t$ .      d) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = \cos^4 2t$ .

12 Avec les formules dEuler

Déterminer les primitives des fonctions suivantes après avoir transformé f(x) en somme.

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin 3x \cos 2x$ .      b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \cos x \cos 3x$ .  
c) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin 2x \sin x$ .

13 Les primitives de la fonction ln

1° Déterminer la dérivée de la fonction définie sur  $] 0, +\infty [$  par  $f(x) = x \ln x$ .

2° En déduire les primitives de la fonction ln sur  $] 0, +\infty [$ .

Indication: On remarquera que  $\ln x = (\ln x + 1) - 1$ .

14 Fonction racine carrée Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $I = ] 2, +\infty [$  par  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t-2}}$       b) f définie sur  $I = ] -\frac{5}{4}, +\infty [$  par  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+5}}$

15 Fonction exponentielle Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = -e^t + 2e^{-t}$ .      b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ .  
c) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = e^{3t+2}$ .      d) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x e^{x^2+1}$ .

16 La bonne primitive Déterminer la primitive F de la fonction f vérifiant la condition donnée.

a) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(t) = 2 \cos(3t + \frac{\pi}{3})$  et  $F(0) = 0$ .      b) f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (-3x + 1)^2$  et  $F(1) = 0$ .

c) f définie sur  $] 0, +\infty [$  par  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  et  $F(4) = 5$ .

17 La bonne primitive dans le bon intervalle

1° Soit f la fonction définie sur  $] -\frac{1}{3}, +\infty [$  par :  $f(x) = \frac{1}{3x+1}$

Déterminer la primitive F de f qui s'annule pour  $x = 5$ .

2° Soit g la fonction définie sur  $] -\infty, -\frac{1}{3} [$  par :  $g(x) = \frac{1}{3x+1}$  Déterminer la primitive G de g qui s'annule pour  $x = -3$ .

18 Coefficients et primitive à trouver Soit f la fonction définie sur  $] -1, +\infty [$  par :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

1° Déterminer deux nombres réels a et b tels que pour tout x de  $] -1, +\infty [$  :  $f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$

2° En déduire la primitive F de f sur  $] -1, +\infty [$  telle que  $F(0) = 1$ .

19 Coefficients et primitive à trouver t

1° Déterminer deux nombres réels a et b tels que la fonction F définie sur  $] -\frac{5}{3}, +\infty [$  par :

$F(x) = (ax + b) \sqrt{3x+5}$  soit une primitive de la fonction f définie sur  $] -\frac{5}{3}, +\infty [$  par :  $f(x) = \sqrt{3x+5}$ .

2° Déterminer la primitive G de f telle que  $G(\frac{11}{3}) = 7$ .

**20** Avec de nouvelles fonctions Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

a) f définie sur  $] -1, 1 [$  par  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$       b) f définie sur  $] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} [$  par  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$ .

c) f définie sur  $] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} [$  par  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{1-4x^2}}$       d) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{-1}{1+x^2}$

e) f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{2}{1+4x^2}$

**21** Coefficients et primitive à trouver Soit .f la fonction définie sur  $] 0, +\infty [$  par :  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x(1+x^2)}$

1° Déterminer deux nombres réels a et b tels que, pour tout x de  $] 0, +\infty [$ ,  $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{1+x^2}$

2° En déduire la primitive F de f sur  $] 0, +\infty [$  telle que :  $F(1) = \pi$ .

**22** Moment fléchissant en mécanique On se propose de déterminer le moment fléchissant en un point M

d'une poutre AB de longueur 6 m soumise à ne charge . x est exprimé en mètres.

Toutes les fonctions figurant dans cet exercice sont définies sur l'intervalle  $I = [0, 6]$ .

Soit f la fonction définie sur I par  $f(x) = -600x$ .

1° Déterminer la primitive F de f pour laquelle  $F(0) = 3600$ .

2° Déterminer la primitive G de F pour laquelle  $G(0) = 0$ .

Le nombre  $G(x)$  représente le moment fléchissant au point M.

