Comparer a, a^2, a^3, et $\frac{1}{a}$ avec a > 0

1 Activité préparatoire : Compléter le tableau suivant à l'aide d'une calculatrice

a	a^2	a^3	$\frac{1}{a}$	Classer a, a^2, a^3, et dans l'ordre croissant
1				
2				
10				
0,3				
4				
0.8				
2,9				
0,99				
0,01				

Conjectures

Dans quelle situation peut-on dire que $a > a^2 > a^3$?

Dans quelle situation peut-on dire que $a < a^2 < a^3$?

Dans quelle situation peut-on dire que $a > \frac{1}{a}$?

Dans quelle situation peut-on dire que $a < \frac{1}{a}$?

2 Démonstration : comparaison de a et a^2

Comparer a et a² c'est étudier le **signe** de leur différence.

Pour étudier le signe de $a - a^2$ on factorise $a - a^2$: **Factorisation : $a - a^2 =$**

Le signe d'un produit dépend du signe de chacun de ses facteurs

Démonstration de $a < a^2$ lorsque **a > 1** Signe de $a - a^2$ lorsque **a >1**:

Quel est le signe de a ?

Quel est le signe de 1 – a ?

Quel est le signe de $a - a^2$?

Démonstration de a>a² lorsque **a<1** Signe de $a - a^2$ lorsque **a >1**:

Quel est le signe de a ?

Quel est le signe de 1 – a ?

Quel est le signe de $a - a^2$?

Etude du signe de $a - a^2$ avec un tableau de signe

a	$-\infty$	0	1	$+\infty$
a		0		
a – 1			0	
a (a – 1)				

3 Démonstration : comparaison de a et $\frac{1}{a}$

Comparer a et $\frac{1}{a}$ c'est étudier le **signe** de leur différence.

Pour étudier le signe de $a - \frac{1}{a}$ on réduit $a - \frac{1}{a}$ au même **dénominateur** $a - \frac{1}{a} =$

Le signe d'un quotient dépend du signe du numérateur et de celui du dénominateur.

Etude du signe de $a - \frac{1}{a}$ avec un tableau de **signe**

a	$-\infty$	0	1	$+\infty$
Numérateur		‖		
Dénominateur		‖		
Quotient		‖		

4 Démonstration : comparaison de a^2 et a^3

$a^3 - a^2 = a^2 (a - 1)$

Quel est le signe de a^2 ?

Quel est le signe de 1 – a ?

Quel est le signe de $a^3 - a^2$?