I DES METHODES

$\boxed{1}$ Utiliser des écritures scientifiques

Enoncé 1 : Voici trois décimaux:
$a = 72{,}51 \times 10^{-5}$; $b = 0{,}238\,6 \times 10^{4}$; $c = 135{,}32 \times 10^{-7}$.
a) Donner l'écriture scientifique de chacun de ces nombres.
b) Déterminer un ordre de grandeur de $\dfrac{a \times b}{c}$.

$\boxed{2}$ Déterminer des arrondis et des valeurs approchées

Enoncé 2 : On pose $a = \dfrac{140}{99}$ et $b = \sqrt{2}$.

Donner les arrondis de a et de b à l'unité, à trois décimales puis des valeurs décimales approchées par défaut et par excès à 10^{-4} près.

$\boxed{3}$ Reconnaître l'exactitude des résultats à la calculatrice

Enoncé 3 : A la calculatrice, effectuer les calculs suivants: $m = 23612^2$, $n = 236125^2$, $p = 278\,813 \times 6\,932126$ et $q = \sqrt{0,\ 000\ 000\ 49}$. Les résultats obtenus sont-ils exacts?

II UN PEU DE TOUT

$\boxed{1}$. La vitesse de la lumière est 300000 km.s-1.

1° Quel temps faut-il à la lumière pour parcourir 1 mètre?
2° Combien de kilomètres parcourt-elle en un jour?
3° La distance Terre-Soleil étant environ $1{,}5 \times 108$ km, quel temps met la lumière pour nous parvenir du Soleil?
4° On appelle année-lumière la distance parcourue par la lumière en une année de 365 jours: exprimer une année-lumière en km.

$\boxed{2}$ 1° Calculer 2^{10}.

2° En admettant que 10^3 est une bonne approximation de 2^{10}, donner sans calculatrice un ordre de grandeur du nombre 2^{30} puis de 2^{64}.
3° Combien de chiffres au moins sont nécessaires pour écrire le nombre 2^{64} ?

$\boxed{3}$. Le nombre de parties d'échecs différentes qui peuvent être jouées est estimé approximativement à:

$(20 \times 20)^5 \times (30 \times 30)^{35}$.
Donner un ordre de grandeur de ce résultat.

$\boxed{4}$ A l'aide d'un cube hongrois appelé « Rubik's cube », on peut obtenir :

43 252 003 274 489 856 000 combinaisons différentes.
1° Donner une approximation de ce nombre écrit en notation scientifique.
2° En supposant que l'on obtienne une combinaison toutes les secondes, combien faudrait-il de temps pour épuiser toutes les configurations?
Comparer le résultat trouvé avec l'âge de l'univers, estimé à 15 milliards d'années.

$\boxed{1}$ Utiliser des écritures scientifiques Enoncé 1 : Voici trois décimaux: $a = 72{,}51 \times 10^{-5}$; $b = 0{,}238\ 6 \times 10^{4}$; $c = 135{,}32 \times 10^{-7}$.

a) Donner l'écriture scientifique de chacun de ces nombres.

On trouve $a = 7{,}251 \times 10^{-4}$, $b = 2{,}386 \times 10^{3}$ et $c = 1{,}353\ 2 \times 10^{-5}$.

b) Déterminer un ordre de grandeur de $\frac{a \times b}{c}$.

Un ordre de grandeur de a est 7×10^{-4} ; pour b, c'est 2×10^{3}; pour c, c'est 10^{-5}. Donc, pour l'inverse de c, c'est 10^{5}.

Un ordre de grandeur de $\frac{a \times b}{c}$ est donc $7 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{3} \times 10^{5}$, soit 14×10^{4}, où encore 140000.

Si l'on calcule à la calculatrice: $\frac{a \times b}{c}$. Le résultat exact est voisin de 127 937.

$\boxed{2}$ Déterminer des arrondis et des valeurs approchées Enoncé 2 : On pose $a = \frac{140}{99}$ et $b = \sqrt{2}$. Donner les arrondis de a et de b à l'unité, à trois décimales puis des valeurs décimales approchées par défaut et par excès à 10^{-4} près.

Les nombres a et b n'étant pas des décimaux, la calculatrice ne donne que des valeurs approchées.
On trouve $a = 1{,}414\ 414414$ et $b = 1{,}414\ 213562$.
L'arrondi à l'unité de a est 1 ; de même pour b. L'arrondi de a à 3 décimales est 1,414; de même pour b.
A 10^{-4} près, 1,4144 est une valeur décimale approchée par défaut de a et 1,4145 en est une valeur décimale approchée par excès.
A 10^{-4} près, 1,4142 est une valeur décimale approchée par défaut de b et 1,4143 est une valeur décimale approchée par excès. On en déduit que $a > b$.

$\boxed{3}$ Reconnaître l'exactitude des résultats à la calculatrice Enoncé 3 : A la calculatrice, effectuer les calculs suivants: $m = 23612^2$, $n = 236125^2$, $p = 278\ 813 \times 6\ 932126$ et $q = \sqrt{0{,}\ 000\ 000\ 49}$. Les résultats obtenus sont-ils exacts?

Pour m, on obtient: $\boxed{1551526544}$. C'est un résultat exact.

Pour n, on obtient : $\boxed{5.515501563 \text{ E } 10}$, c'est-à-dire 557 550 1 56 300. Ce résultat n'est pas exact, car le carré de 236125 se termine par 5 et non par 0. On obtient donc seulement une valeur approchée de n.

Pour p, on obtient: $\boxed{1.932166846 \text{ E } 12}$, soit 1 932 766 846 000. Ce résultat n'est qu'une valeur approchée, car le produit se termine par 8, les chiffres des unités des facteurs étant respectivement 3 et 6.

Pour q, on obtient: $\boxed{7 \text{ E} - 4}$, c'est-à-dire 0,0007: ce résultat est exact. En effet, q est égal à la racine carrée de 49×10^{-8}, c'est-à-dire 7×10^{-4}.

<u>II UN PEU DE TOUT</u> $\boxed{1}$. La vitesse de la lumière est 300000 km.s-1.

1° Quel temps faut-il à la lumière pour parcourir 1 mètre ?

En 1 s la lumière parcourt 300 000 km.= 300 000 × 1 000 m = 300 000 000 m

En $\frac{1}{300\ 000\ 000}$ parcourt 1 m

2° Combien de kilomètres parcourt-elle en un jour ?

$1 \text{ j} = 24 \times 3600 \text{ s} = 86\ 400 \text{ s} = 8{,}64\ 10^{4}$
Elle parcourt donc : $300\ 000 \times 86\ 400 \text{ Km} = 3\ 10^{5} \times 8{,}64\ 10^{4} = 25920000000 \text{ Km} = 2{,}592\ 10^{10}$

3° La distance Terre-Soleil étant environ 1,5 × 108 km, quel temps met la lumière pour nous parvenir du Soleil ?

1,5 × 108 KM = 162.
En 1 s la lumière parcourt 300 000 km
En $\frac{162}{300000} = 5{,}4\ 10^{-4}$ la lumière parcourt 162 Km

4° On appelle année-lumière la distance parcourue par la lumière en une année de 365 jours: exprimer une année-lumière en km.

$365 \text{ j} = 365 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 3{,}1536\ 10^{7} \text{ s}$
$1 \text{ AL} = 300\ 000 \times 3{,}1536\ 10^{7} \text{ Km} = 9{,}4608\ 10^{12} \text{ Km}$

$\boxed{2}$ 1° Calculer 2^{10}.

$2^{10} = (2^5)^2 = 32^2 = 1024$

2° En admettant que 10^3 est une bonne approximation de 2^{10}, donner sans calculatrice un ordre de grandeur du nombre 2^{30} puis de 2^{64}.

$2^{30} = (2^{10})^3 \approx (10^3)^3$ c'est à dire 10^9

$2^{64} = 2^{60} \times 2^4 = (2^{10})^6 \times 2^4 \approx (10^3)^6 \times 16$ c'est à dire $1{,}6\ 10^{19}$

10^{19} ou $2\ 10^{19}$ sont des ordres de grandeurs de 2^{64}

3° Combien de chiffres au moins sont nécessaires pour écrire le nombre 2^{64} ?

$1{,}6\ 10^{18} \leq 2^{64}$ donc il faut au moins 19 chiffres pour écrire 2^{64}

$\boxed{3}$. Le nombre de parties d'échecs différentes qui peuvent être jouées est estimé approximativement à:

$(20 \times 20)^5 \times (30 \times 30)^{35}$. Donner un ordre de grandeur de ce résultat.

$(20 \times 20)^5 \times (30 \times 30)^{35} = (4\ 10^2)^5 \times (9 \times 10^2)^{35} = 4^5 \times 9^{35} \times 10^{10} \times 10^{70} \approx 10^3 \times 10^{35} \times 10^{80}$ c'est à dire 10^{118}

$4^5 = 1024 \approx 10^3$

$\boxed{4}$ A l'aide d'un cube hongrois appelé « Rubik's cube », on peut obtenir : 43 252 003 274 489 856 000 combinaisons différentes.

1° Donner une approximation de ce nombre écrit en notation scientifique.

$43\ 252\ 003\ 274\ 489\ 856\ 000 \approx 4\ 10^{19}$

2° En supposant que l'on obtienne une combinaison toutes les secondes, combien faudrait-il de temps pour épuiser toutes les configurations?

$\dfrac{43\ 252\ 003\ 274\ 489\ 856\ 000}{3600 \times 24 \times 365} \approx \dfrac{4\ 10^{19}}{3\ 10^7}$ c'est à dire environ 10^{12}

Comparer le résultat trouvé avec l'âge de l'univers, estimé à 15 milliards d'années.

15 milliard $= 15 \times 10^9 \approx 10^{11}$. c'est environ 10 fois moins.