Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$A = \left(\frac{4}{9} - \frac{10}{27}\right) \times \left(1 - \frac{5}{3}\right)$ B = $\frac{12^9 \times 9^7 \times 15^{-2}}{18^3 \times 10^{-7}}$

Simplifier au maximum l'écriture de : $C = (2\sqrt{3} - 1)^2 + \sqrt{3}$

Démontrer que : $\frac{4\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 1} + 3\sqrt{3} = 7$

Ecrire 1800 comme produit de nombres premiers. En déduire un nombre par lequel multiplier 1800 pour obtenir le cube d'un nombre entier.

Correction

$A = \left(\frac{4}{9} - \frac{10}{27}\right) \times \left(1 - \frac{5}{3}\right) = \frac{12 - 10}{27} \times \frac{3 - 5}{3} = \frac{2}{27} \times \frac{-2}{3} = -\frac{4}{81}$

$B = \frac{12^9 \times 9^7 \times 15^{-2}}{18^3 \times 10^{-7}} = \frac{(3 \times 2^2)^9 \times (3^2)^7 \times (3 \times 5)^{-2}}{(2 \times 3^2)^3 \times (2 \times 5)^{-7}} = \frac{3^9 \times 2^{18} \times 3^{14} \times 3^{-2} \times 5^{-2}}{2^3 \times 3^6 \times 2^{-7} \times 5^{-7}}$

$= \frac{2^{18} \times 3^{9 + 14 - 2} \times 5^{-2}}{2^{3 - 7} \times 3^6 \times 5^{-7}} = \frac{2^{18} \times 3^{21} \times 5^{-2}}{2^{-4} \times 3^6 \times 5^{-7}} = 2^{18 + 4} \times 3^{21 - 6} \times 5^{-2 + 7} = 2^{22} \times 3^{15} \times 5^5$

$C = (2\sqrt{3} - 1)^2 + \sqrt{3} = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 1 + 1^2 + \sqrt{3} = 4 \times 3 - 4\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 13 - 3\sqrt{3}$

$\frac{4\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 1} + 3\sqrt{3} = \frac{(4\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} + 3\sqrt{3} = \frac{4 \times 3 - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2}{3 - 1} + 3\sqrt{3} = \frac{12 - 6\sqrt{3} + 2}{2} + 3\sqrt{3}$

$= \frac{12}{2} - \frac{6\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{2} + 3\sqrt{3} = 6 - 3\sqrt{3} + 1 + 3\sqrt{3} = 7$

$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$.

$3 \times 5 \times 1800 = 2^3 \times 3^3 \times 5^3$