

## NOMBRES ET MESURES

Historiquement, les nombres ont servi à compter puis à mesurer. Mesurer a conduit les hommes à élaborer au fil du temps différents types de nombres: nombres entiers, nombres rationnels (quotients de deux entiers), nombres décimaux, nombres irrationnels...

1 Repérer, au fur et à mesure des questions de cette activité

- Les différents types de nombres rencontrés ;
- Les théorèmes de géométrie utilisés pour déterminer des mesures.

On considère la figure ci-contre.

Une unité de longueur étant choisie, on suppose que

$OA = 6$ ,  $OB = OE = 8$ ,  $OC = 2$  et  $OD = 4$ .

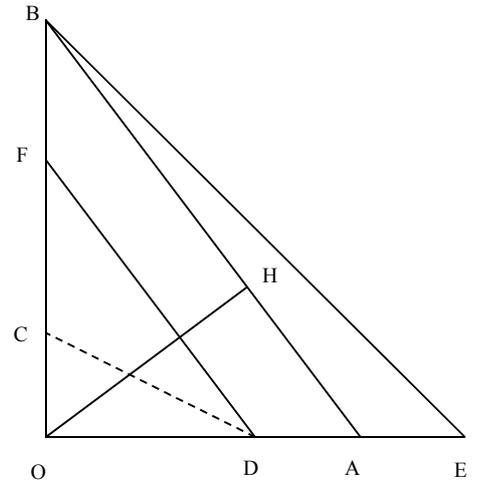
1° Calculer la valeur exacte de  $AB$  et de  $DC$ .

2° La parallèle à  $(AB)$  passant par  $D$  coupe  $(OB)$  en  $F$ . Calculer la valeur exacte de  $OF$  et celle de  $DF$ .

3° Soit  $H$  le point d'intersection de  $(AB)$  et de la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $O$ .

Calculer la valeur exacte de  $OH$  et celle de  $AH$ .

4° Calculer la valeur exacte de  $BD$  et celle de  $EB$ .



2 Le nombre d'or

$ABCD$  est un carré de côté 1 et  $I$  est le milieu de  $[AB]$ .

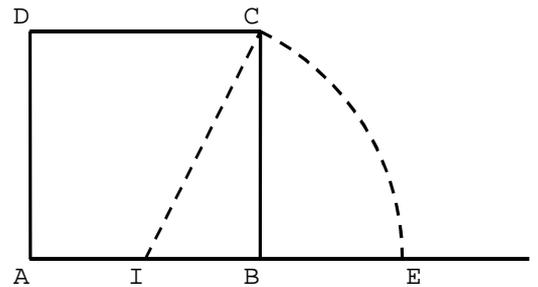
Le cercle de centre  $I$ , de rayon  $[IC]$  coupe  $[AB]$  en  $E$ .

a) Calculer  $IC$  puis montrer que :  $AE = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

b) Ce nombre est le Nombre d'or.

On le note  $x$ .

Vérifier que  $x^2 = x + 1$  et que  $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$



3 Mise en équation.

Dans le trapèze  $ABCD$ ,  $AD = 2$ ,  $AB = 3$ ,  $DC = 4$ ,  $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$

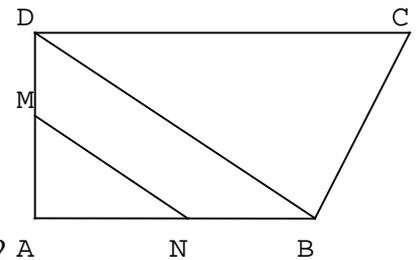
Soit  $M$  un point de  $[AD]$  tel que  $AM = x$  et  $N$  le point de  $[AB]$  tel que  $(MN) \parallel (DB)$  (Si  $M$  est en  $A$  alors  $N$  est en  $A$ )

1° Déterminer  $AN$  en fonction de  $x$ .

En déduire l'aire du triangle  $AMN$  en fonction de  $x$

2° Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  le pentagone  $MDCBN$  a-t-il une aire égale à  $\frac{25}{4}$  ?

3° Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  le pentagone  $MDCBN$  a-t-il une aire égale à 2 ?



4 La spirale de Pythagore

Au départ, le triangle colorié est rectangle et isocèle.

On construit ensuite de proche en proche des triangles rectangles : pour tous ces triangles, l'un des côtés de l'angle droit a pour mesure 1.

a) Calculer exactement les longueurs  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $e$ .

b) Combien faut-il tracer de triangles rectangles pour parvenir à la construction d'un segment de longueur  $\sqrt{13}$  ? Et  $\sqrt{37}$  ?

c) Comment peut-on construire de manière plus économique chacune de ces longueurs avec un seul triangle rectangle ?

