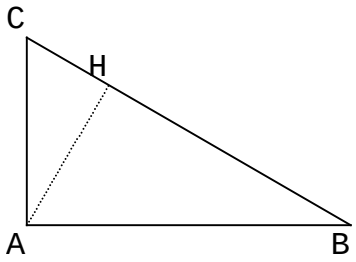
1 ABC est un triangle rectangle en A . H est le pied de la hauteur issue de A.

II s'agit d'établir des relations entre les longueurs des côtés et de la hauteur du triangle ABC , et retrouver, par exemple, le théorème de Pythagore, grâce à la reconnaissance de triangles semblables.

1° Déterminer dans cette figure le plus de triangles semblables possibles.




2° En mettant en relation les triangles AHB et AHC , déduire l'égalité :

$AH^2 = HB \bullet HC$

3° De la même façon, utiliser les triangles ABC et AHB pour déduire l'égalité :

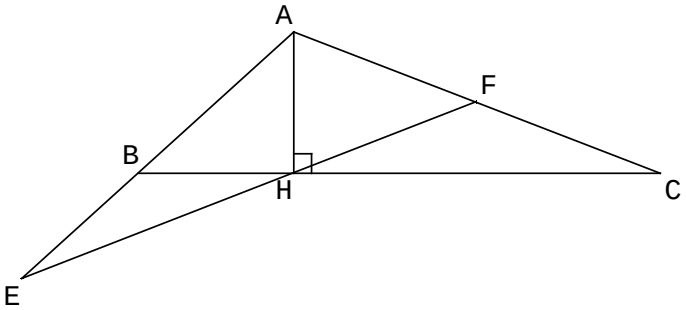
$AB^2 = BC \bullet BH$

4° Enfin, un examen des triangles ABC et AHC doit vous permettre de déduire l'égalité : $AC^2 = CB \bullet CH$.

5° Retrouver alors le théorème de Pythagore, c'est-à-dire que, dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

2 ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC} = 2\,\widehat{ACB}$ .




H est le pied de la hauteur issue de A.

E est le point de la demi-droite [AB), extérieur à [AB], tel que BE = BH

(EH) coupe (AC) en F.

a) Montrer que les triangles HBE et HFC sont isocèles et semblables.

b) Comparer les triangles AEF et ABC . Que peut-on dire du triangle AHF ?

3 [BC] et [DE] sont deux segments perpendiculaires d'intersection A . On donne

AB = 28 mm, AD = 21 mm, AC = 72 mm, AE = 96 mm et BD = 35 mm .

a) Faire une figure.

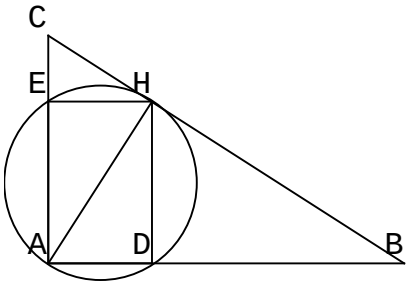
b) Les triangles ABD et ACE sont–ils semblables ? Le prouver. Calculer CE .

c) Trouver tous les angles de même mesure sur la figure.

c) (CD) et (EB) se coupent en F . Montrer que les triangles ADC et ABE sont semblables.

e) Prouver alors que les triangles DFE et BFC sont semblables. Quel est le coefficient d'agrandissement ou de réduction de ces deux triangles ?

4 ABC est un triangle rectangle en A . H est le pied de la hauteur issue de A. Le cercle de diamètre [AH] coupe (AB) en D et [ AC [ en E.




a) Quelle est la nature du quadrilatère ADHE ?

b) Comparer les triangles ABC et ADE . Etablir alors que :

$AB \cdot AD = AC \cdot AE$ .