

CENTRE DE GRAVITE ET VECTEUR

1 Soit ABC un triangle et G le centre de gravité du triangle .

Soient A' ,B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB]

1° a) Construire le point D défini par : $\overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Que peut-on dire du quadrilatère GBDC ?

Démontrer que les points A, G, A' et D sont alignés.

Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ et $\overrightarrow{GA}$?

b) Construire le point E, symétrique de G par rapport à B'.

Démontrer que le quadrilatère EDBA est un parallélogramme.

Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ et $\overrightarrow{GB}$?

c) En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

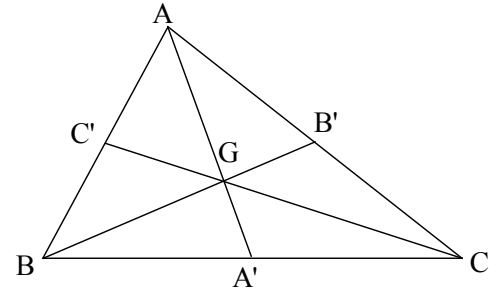
2° On a démontré que le centre de gravité G du triangle ABC vérifie : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

On veut démontrer que si M est un point tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ alors M est le centre de gravité du triangle ABC = G.

Soit M un point tel que : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

a) Démontrer que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3 \overrightarrow{GM}$.

b) Conclure



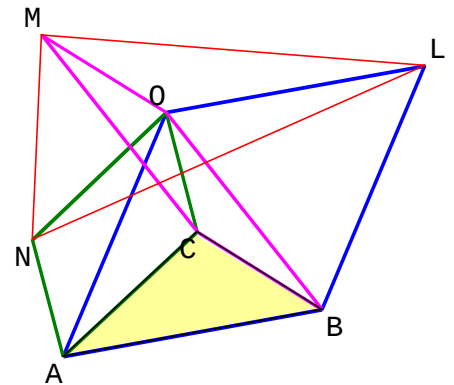
2 ABC est un triangle. O est un point extérieur au triangle.

Construire les points L, M et N tels que

OABL, OBCM et OCAN soient des parallélogrammes.

a) Montrer que $\overrightarrow{OL} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$

b) Que représente le point O pour LMN ?



3 ABCD est parallélogramme de centre O, E est le milieu de [AB], F est le milieu de [CD].

Les droites (DE) et (BF) coupent la droite (AC) respectivement en L et M.

a) Que représente L pour le triangle ABD ?

b) Montrer que $\overrightarrow{OL} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OA}$

c) Prouver de même que $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OC}$.

d) Montrer alors que O est le milieu de [ML].

