I Résoudre les inéquations suivantes :

1° $\dfrac{(2\,x-1)\,(3-x)}{2\,x\,(1+2\,x)} \leq 0.$

2° $\dfrac{x-1}{x+2} \geq 2.$

II Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2\,x}{x^2-1}.$

Que peut-on dire de la représentation graphique de f ?

III Pour tout réel x, on pose : $E(x) = 4\,(x+3)^2 - 25$ (forme A).

1° a) Prouver que $E(x) = 4\,x^2 + 24\,x + 11$ (forme B).

b) Factoriser E(x) (forme C).

2° Choisir, parmi ces trois formes, celle qui est la mieux adaptée pour résoudre les équations suivantes, puis les résoudre.

a) $E(x) = 0$	b) $E(x) = 11$	c) $E(x) = -9$.

Pour info (2 x + 1) (2 x + 11) (forme C)

IV Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{8}{x}.$

On a tracé sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormal .

Soit les fonction g et h définies sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2$ et $h(x) = 4\,x - 4$.

1° Représenter graphiquement les fonctions g et h sur le graphique joint.

On notera $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ les représentations graphique de ces fonctions.

2° a) Démontrer que la courbe $\mathscr{C}_g$ coupe $\mathscr{C}_h$ en un point A dont on déterminera les coordonnées.

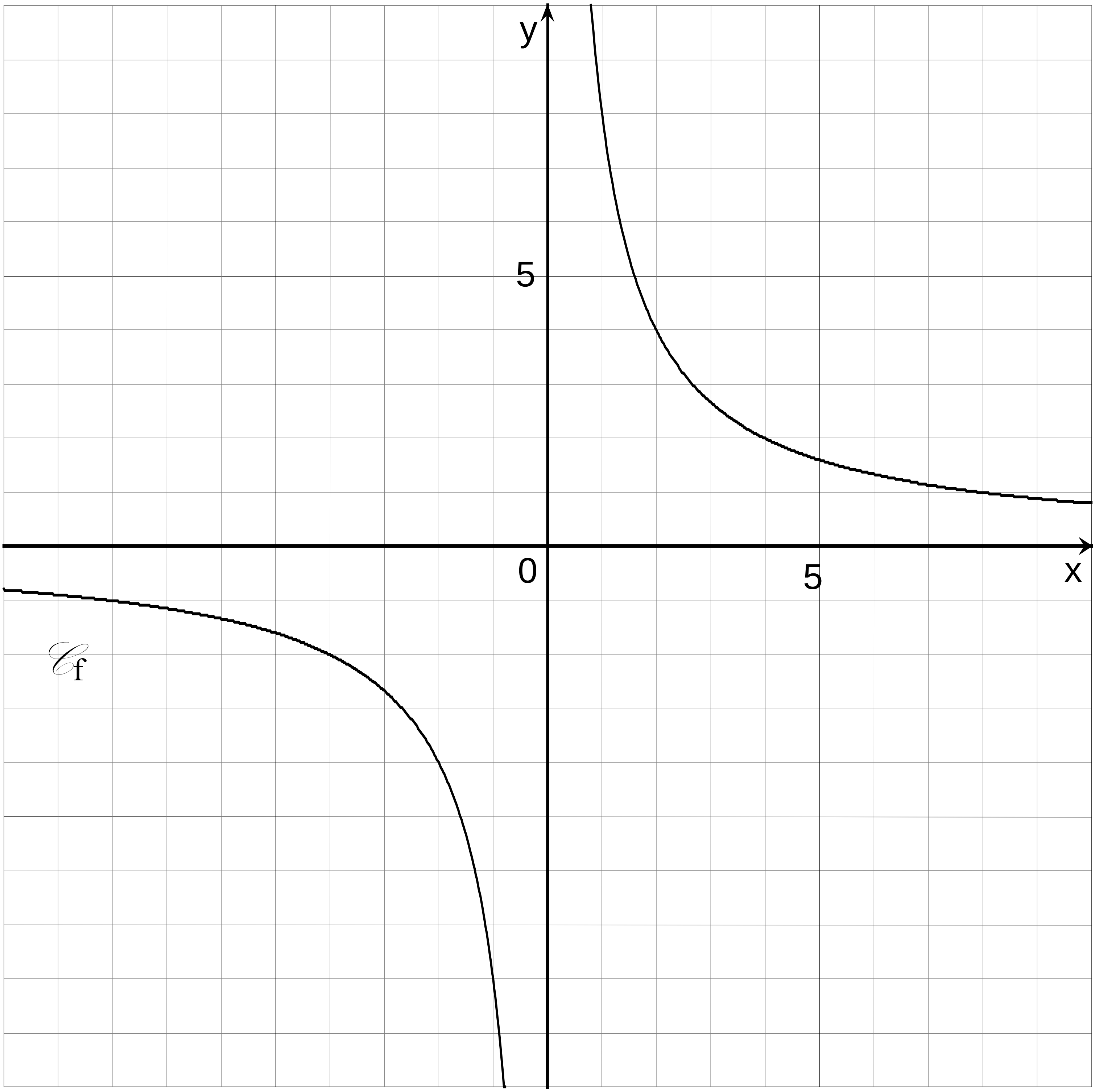
b) Démontrer (par le calcul) que la courbe $\mathscr{C}_g$ est au dessus de $\mathscr{C}_h$.

3° a) Démontrer que la courbe pour tout réel non nul x : $f(x) - h(x) = \dfrac{4\,(x+1)\,(2-x)}{x}$

b) Résoudre l'inéquation : $f(x) \leq h(x)$.

c) Démontrer que $\mathscr{C}_h$ et $\mathscr{C}_f$ se coupent en deux points dont on déterminera les coordonnées.

Nom : ____



I 1° $\dfrac{(2\,x-1)\,(3-x)}{2\,x\,(1+2\,x)} \leq 0.$

$S =]-\infty\ ; -0{,}5\ [\ \cup\ ]\ 0\ ; 0{,}5\ ]\ \cup\ [\ 3\ ; +\infty\ [$

x	$-\infty$		$-0{,}5$		0		0,5		3		$+\infty$
$2\,x-1$		$-$		$-$		$-$	0	+		+	
$3-x$		+		+		+		+	0	$-$	
$2\,x$		$-$		$-$	0	+		+		+	
$1+2\,x$		$-$	0	+		+		+		+	
Q(x)		$-$	‖	+	‖	$-$	0	+	0	$-$	

2° $\dfrac{x-1}{x+2} \geq 2.$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x+2} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x+2} - 2\,\dfrac{(x+2)}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-1-2\,x-4}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x-5}{x+2} \geq 0$

$S = [-5\,, -2\ [$

x	$-\infty$		-5		-2		$+\infty$
$-x-5$		+	0	$-$		$-$	
$x+2$		$-$		$-$	0	+	
Q(x)		$-$	0	+	‖	$-$	

II Ensemble de définition : $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$.

$D_f = \mathbb{R}\ \{-4-1\,,\,1\}$ symétrique par rapport à 0

$f(-x) = \dfrac{2 \times (-x)}{(-x)^2 - 1} = \dfrac{-2\,x}{x^2-1} = -f(x)$. f est impaire donc sa représentation est symétrique par rapport à O.

III 1° a) $E(x) = 4\,(x+3)^2 - 25 = 4\,(x^2 + 6\,x + 9) - 25 = 4\,x^2 + 24\,x + 36 - 25 = 4\,x^2 + 24\,x + 11.$

b) $E(x) = 4\,(x+3)^2 - 25 = (2\,(x+3))^2 - 5^2$

$= (2\,(x+3) - 5)\,(2\,(x+3)+5) = (2\,x + 6 - 5)\,(2\,x + 6 + 5) = \boxed{(2\,x+1)\,(2\,x+11)}$

2° a) $E(x) = 0 \Leftrightarrow (2\,x+1)\,(2\,x+11) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ou $x = -\dfrac{11}{2}$

b) $E(x) = 11 \Leftrightarrow 4\,x^2 + 24\,x + 11 = 11 \Leftrightarrow 4\,x^2 + 24\,x = 0 \Leftrightarrow 4\,x\,(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -3$.

c) $E(x) = -9 \Leftrightarrow 4\,(x+3)^2 - 25 = -9 \Leftrightarrow 4\,(x+3)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 4\,(x+3)^2 = 16 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 16$

$\Leftrightarrow x + 3 = 4$ ou $x + 3 = -4 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -7$.

IV 1° $\mathscr{C}_g$:

x	0	1	2	3
x^2	0	1	4	9

h est affine donc $\mathscr{C}_h$ est une droite

x	0	1
y	-4	0

2° a) $g(x) = h(x) \Leftrightarrow x^2 = 4\,x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4\,x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$ A(2 , 4).

b) $g(x) - h(x) = (x-2)^2 \geq 0$ donc $\mathscr{C}_g$ est au dessus de $\mathscr{C}_h$.

3° a) $\dfrac{4\,(x+1)\,(2-x)}{x} = \dfrac{4\,(2\,x - x^2 + 2 - x)}{x} = \dfrac{8\,x - 4\,x^2 + 8 - 4\,x}{x} = \dfrac{8 - 4\,x^2 + 4\,x}{x} = \dfrac{8}{x} - \dfrac{4\,x^2}{x} + \dfrac{4\,x}{x}$

$= \dfrac{8}{x} - 4\,x + 4 = \dfrac{8}{x} - (4\,x - 4) = f(x) - h(x).$

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	+		+		+	
$2-x$		+		+		+	0	$-$	
x		$-$		$-$	0	+		+	
		+	0	$-$	‖	+	0	$-$	

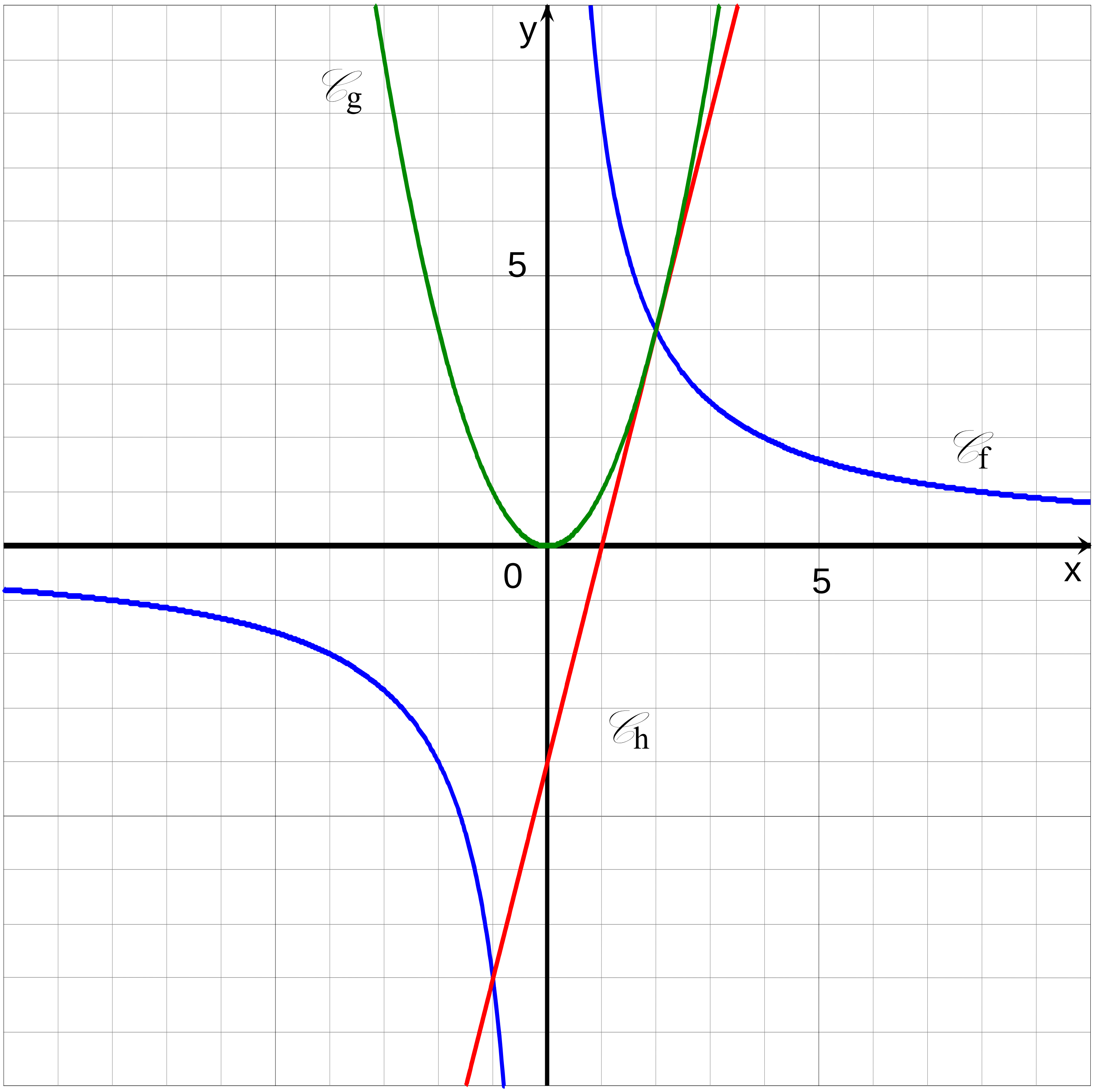
b) $f(x) \leq h(x) \Leftrightarrow f(x) - h(x) \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{4\,(x+1)\,(2-x)}{x} \leq 0$

$S = [-1\,, 0\ [\ \cup\ [\ 2\,,\ +\infty\ [$

c) $f(x) = h(x) \Leftrightarrow f(x) - h(x) \Leftrightarrow \dfrac{4\,(x+1)\,(2-x)}{x} = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 2$.

B(– 1, – 8) car $\dfrac{8}{-1} = 4 \times (-1) - 4 = -8$ C (2 , 4) car $\dfrac{8}{2} = 4 \times 2 - 4 = 4$. Remarque A = C.



y
5
0
5
x
$\mathscr{C}_g$
$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_h$