2° 8 **Devoir surveillé n°10** Mercredi 23 mai 2007

Exercice 1 (5 points)
Résoudre les systèmes suivants

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{3} = 4 \\ x\sqrt{3} + 2y = 3\sqrt{3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 21x - 15y = 27 \\ 56x - 40y = 72 \end{cases}$

Exercice 2 (3 points)
Madame Michu, pour nourrir ses 8 chiens et 14 chats, achète exclusivement les marques Fido et Ronron.
Elle a fait sa provision pour la semaine au supermarché de son quartier, achetant en tout 55 boîtes, et elle a payé 72 €.
Sachant qu'une boîte de Fido coûte 1,5 € et une boîte de Ronron 1,2 €, combien de boîtes de chaque sorte a-t-elle acheté ?

Exercice 3 (12 points)
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1° Placer les points A $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, B $(-1, 3)$, C $(-2, 0)$, D $(-1, -3)$ et E$(-4, 6)$.

On complétera la figure au fur et à mesure.
Les questions suivantes sont, dans une large mesure, indépendantes

2° a) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) et celle de la droite (CD).
b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD)
c) Démontrer que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

3° a) Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ passant par E $(-4, 6)$ et parallèle à la droite (AB).
Déterminer le coefficient directeur de $\mathscr{D}$

b) Soit $\mathscr{D}'$ la droite d'équation : $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$.

Donner un vecteur directeur de $\mathscr{D}'$.
b) Tracer les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$.
c) Le point A appartient-il à la droite $\mathscr{D}'$? et le point B ?

d) Résoudre le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Exercice 1 (5 points) Résoudre les systèmes suivants

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{3} = 4 \\ x\sqrt{3} + 2y = 3\sqrt{3} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 21x - 15y = 27 \\ 56x - 40y = 72 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y\sqrt{3} = 4 \\ x\sqrt{3} + 2y = 3\sqrt{3} \end{cases}$ $1 \times 2 - \sqrt{3} \times \sqrt{3} \neq 0$. Le système a donc une solution unique.

Calcul de y : $\sqrt{3}$ L1 – L2. $\begin{cases} x\sqrt{3} + 3y = 4\sqrt{3} \\ -x\sqrt{3} - 2y = -3\sqrt{3} \end{cases}$ donc $y = \sqrt{3}$

Calcul de x : 2 L1 – $\sqrt{3}$ L2. $\begin{cases} 2x + 2y\sqrt{3} = 8 \\ -3x - 2y\sqrt{3} = -9 \end{cases}$ donc $-x = -1$ c'est à dire $x = 1$.

Le système a donc pour seule solution $(1, \sqrt{3})$

$\begin{cases} 21x - 15y = 27 \\ 56x - 40y = 72 \end{cases}$

$21 \times (-40) - (-15) \times 56 = -840 + 840 = 0$ donc le système n'a pas de solution ou a une infinité de solutions.

$(-15) \times 27 - (-40) \times 72 = -405 + 2880 \neq 0$. donc le système n'a pas de solution.

Exercice 2 (3 points)

Madame Michu, pour nourrir ses 8 chiens et 14 chats, achète exclusivement les marques Fido et Ronron.

Elle a fait sa provision pour la semaine au supermarché de son quartier, achetant en tout 55 boîtes, et elle a payé 72 €. Sachant qu'une boîte de Fido coûte 1,5 € et une boîte de Ronron 1,2 €, combien de boîtes de chaque sorte a-t-elle acheté ?

Exercice 2 Soit x le nombre de boîtes de fido et y le nombre de boîtes de ronron.

Me Michu a acheté 55 boîtes donc $x + y = 55$

Elle a payé 72 €, x boîtes de Fido à 1,5 € et y boîtes de Ronron à 1,2 € donc $1{,}5x + 1{,}2y = 72$

(x, y) est donc solution du système $\begin{cases} x + y = 55 \\ 1{,}5x + 1{,}2y = 72 \end{cases}$

$1 \times 1{,}2 - 1{,}5 \times 1 \neq 0$. Le système a donc une solution unique.

1,5 L1 – L2 : $\begin{cases} 1{,}5x + 1{,}5y = 82{,}5 \\ -1{,}5x - 1{,}2y = -72 \end{cases}$ donc $0{,}3y = 10{,}5$ c'est à dire $y = 35$ et donc $x = 55 - 35 = 20$.

Mm Michu a donc acheté **20** boîtes de Fido et **35** de ronron.

Exercice 3 (12 points) Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ 1° Placer les points A $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, B (– 1 , 3), C (– 2 , 0), D (– 1 , – 3) et E(– 4 , 6). On complétera la figure au fur et à mesure. Les questions suivantes sont, dans une large mesure, indépendantes 2° a) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) et celle de la droite (CD).

Equation de la droite (AB) : $M(x, y) \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-0{,}5 \\ 3-1{,}5 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow x + 1 + y - 3 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{y = -x + 2}$

Equation de la droite (CD) : $M(x, y) \in (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -1+2 \\ -3-0 \end{pmatrix}$ colinéaires

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow -3(x+2) - y = 0 \Leftrightarrow -3x - 6 = y \Leftrightarrow \boldsymbol{y = -3x - 6}$.

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD)

Les deux droites sont sécantes. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -3x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2 = -3x - 6 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 6 \end{cases}$

Remarque : le pt d'intersection de (AB) et (CD) est le point E

c) Démontrer que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -2+1 \\ 0-3 \end{pmatrix}$ c'est à dire $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1-0{,}5 \\ -3-1{,}5 \end{pmatrix}$ c'est à dire $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -4{,}5 \end{pmatrix}$. $-1 \times (-4{,}5) - (-3) \times (-1{,}5) = 0$ Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont donc colinéaires et les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

3° a) Déterminer l'équation réduite de la droite D passant par E (– 4 , 6) et parallèle à la droite (AB). Déterminer le coefficient directeur de D

$M \in \mathscr{D} \Leftrightarrow \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ colinéaires

$\Leftrightarrow x + 4 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow x + y = 2 \Leftrightarrow y = -x + 2$. le coefficient directeur de $\mathscr{D}$ est donc – 1.

Remarque : On a vu que E ∈ (AB) donc $\mathscr{D}$ est la droite (AB)

b) Soit D ' la droite d'équation : $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$. Donner un vecteur directeur de D '

$\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}'$

b) Tracer les droites D et D '

c) Le point A appartient-il à la droite D " ? et le point B ?

$-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=-\frac{3}{4}+\frac{6}{4}=\frac{3}{4}\neq\frac{3}{2}$ donc $A \notin \mathscr{D}'$ et $-\frac{3}{2}\times(-1)+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3$ donc $B \in \mathscr{D}'$

d) Résoudre le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

d) $3 \times 1 - 2 \times 1 \neq 0$ donc les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes et le système ademt une solution unique.

Calcul de y : L1 – 3 L2 : $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -3x - 3y = -6 \end{cases}$ donc $-y = -3$ donc $y = 3$

Calcul de x : L1 – 2 L2 : $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -2x - 2y = -4 \end{cases}$ donc $x = -1$

le système admet donc le couple (– 1, 3) comme unique solution.

Remarque : la droite $\mathscr{D}$ est la droite (AB) et le point B est aussi sur la droite $\mathscr{D}'$ donc le couple de solution cherché est le couple de coordonnées du point B.