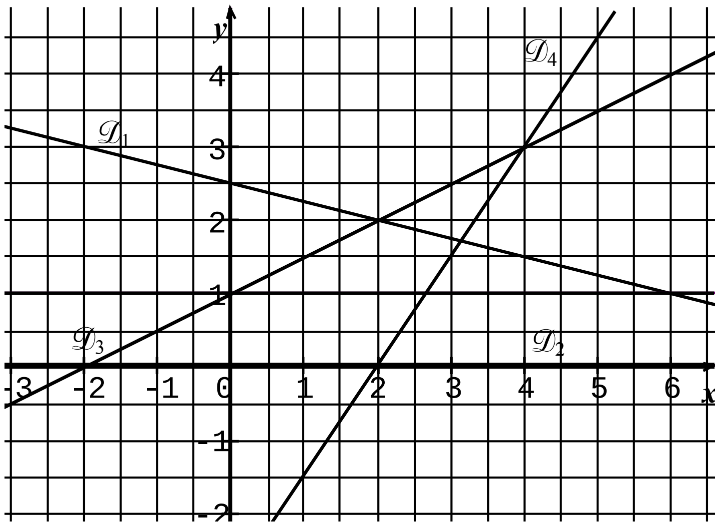
Devoir surveillé n° 10 Vendredi 9 mai 2008



Exercice 1 On donne quatre droites $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$, $\mathscr{D}_4$ et le système (S) : $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$

Reconnaître les deux droites correspondant aux deux équations et en déduire la solution graphique du système (S)

Exercice 2 Résoudre le système $\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 8x + 4y = -3 \end{cases}$

Exercice 3 Choisir la (ou les) affirmation(s) juste(s).

Une bonne réponse rapporte 1 point, pas de réponse 0 point et une mauvaise réponse – 0.5 point.
On portera sur la copie le numéro de la question et la (ou les) affirmation(s) juste(s).

	A	B	C
1 La droite d'équation $y = -5x + 4$ a pour coefficient directeur	4	$-5x$	-5
2 L'ensemble des points M dont les coordonnées (x, y) vérifient $2x + 5y - 3 = 0$ est une droite parallèle à la droite d'équation	$y = \frac{2}{5}x - \frac{3}{8}$	$y = -\frac{2}{5}x - \frac{3}{8}$	$y = -\frac{5}{2}x + 1$
3 Le système (S) possède un unique couple de solution	(S) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	(S) $\begin{cases} -6x + 2y = 5 \\ 9x - 3y = 1 \end{cases}$	(S) $\begin{cases} x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 3 \\ x\sqrt{6} + 2y = -\sqrt{2} \end{cases}$
4 Le système $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$ admet comme solution le couple suivant	$\left(\frac{7}{2}, 0\right)$	$\left(0, \frac{1}{5}\right)$	$(2, -1)$

Exercice 4 Les droites $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$, $\mathscr{D}_4$, $\mathscr{D}_5$, $\mathscr{D}_6$, $\mathscr{D}_7$ et $\mathscr{D}_8$ sont définies par les équations suivantes

$\mathscr{D}_1 : 6x - 3y + 4 = 0$ $\mathscr{D}_2 : 2x - y + 7 = 0$ $\mathscr{D}_3 : y = 2x + \frac{4}{3}$ $\mathscr{D}_4 : -12x + 6y - 8 = 0$

$\mathscr{D}_5 : 5x - 2y + 10 = 0$ $\mathscr{D}_6 : 2x - 10y - 20 = 0$ $\mathscr{D}_7 : 5x + 2y + 10 = 0$ $\mathscr{D}_8 : 3x - 15y - 30 = 0$

a) Parmi ces droites, lesquelles sont parallèles, confondues ou sécantes ?
b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{D}_7$ et $\mathscr{D}_2$.

Exercice 5 On considère, dans un repère orthonormal les points A(– 3 ; 4), B(6 ; 1), C(– 2 ; 1) et D(0 ;3).

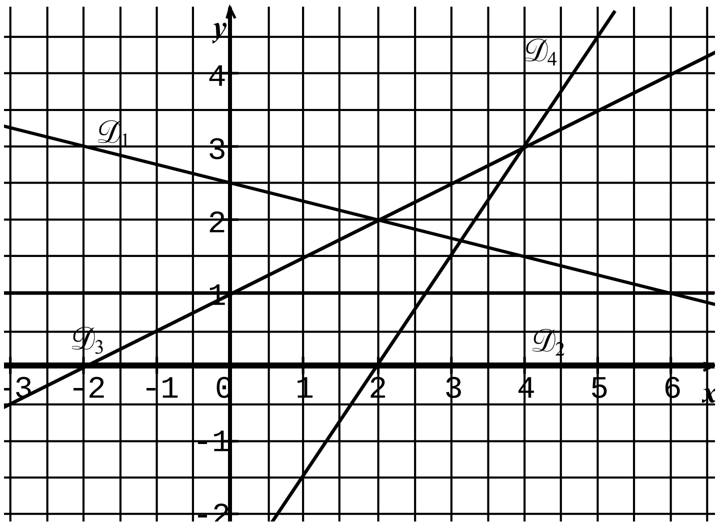
1° Placer les points A, B, C et D.
Le point D est-il un point de la droite (AB) ? Justifier.
2° La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe la droite (BC) en E.
a) Déterminer une équation de la droite (DE).
b) Déterminer une équation de la droite (CB).
c) En déduire les coordonnées du point E.

Exercice 1 On donne quatre droites $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$, $\mathscr{D}_4$ et le système (S) : $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$

Reconnaître les deux droites correspondant aux deux équations et en déduire la solution graphique du système (S)

$\mathscr{D}_3 : x - 2y = -2$ et $\mathscr{D}_1 : x + 4y = 10$

Solution du système : (2, 2)



Exercice 2 **Résoudre le système** $\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 8x + 4y = -3 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 8x + 4y = -3 \end{cases}$ $5 \times 4 - 3 \times 8 \neq 0$

-4 L1 $+ 3$ l2

$\begin{cases} -20x - 12y = 4 \\ 24x + 12y = -9 \end{cases}$ donc $4x = -5$ c'est à dire $x = -\dfrac{5}{4}$

8 L1 – 5 L2

$\begin{cases} 40x + 24y = -8 \\ -40x - 20y = 15 \end{cases}$ donc $4y = 7$ c'est à dire $y = \dfrac{7}{4}$

$S = \left\{\left(-\dfrac{5}{4}, \dfrac{7}{4}\right)\right\}$

Exercice 3 **Choisir la (ou les) affirmation(s) juste(s). Une bonne réponse rapporte 1 point, pas de réponse 0 point et une mauvaise réponse – 0.5 point. On portera sur la copie le numéro de la question et la (ou les) affirmation(s) juste(s).**

	A	**B**	**C**
1 **La droite d'équation $y = -5x + 4$ a pour coefficient directeur**	4	$-5x$	**-5**
2 **L'ensemble des points M dont les coordonnées (x, y) vérifient $2x + 5y - 3 = 0$ est une droite parallèle à la droite d'équation**	$y = \dfrac{2}{5}x - \dfrac{3}{8}$	$y = -\dfrac{2}{5}x - \dfrac{3}{8}$	$y = -\dfrac{5}{2}x + 1$
3 **Le système (S) possède un unique couple de solution**	(S) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	(S) $\begin{cases} -6x + 2y = 5 \\ 9x - 3y = 1 \end{cases}$	(S) $\begin{cases} x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 3 \\ x\sqrt{6} + 2y = -\sqrt{2} \end{cases}$
4 **Le système $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$ admet comme solution le couple suivant**	$\left(\dfrac{7}{2}, 0\right)$	$\left(0, \dfrac{1}{5}\right)$	**(2, – 1)**

Exercice 4 **Les droites $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$, $\mathscr{D}_4$, $\mathscr{D}_5$, $\mathscr{D}_6$, $\mathscr{D}_7$ et $\mathscr{D}_8$ sont définies par les équations suivantes**

$\mathscr{D}_1 : 6x - 3y + 4 = 0$ $\mathscr{D}_2 : 2x - y + 7 = 0$ $\mathscr{D}_3 : y = 2x + \dfrac{4}{3}$

$\mathscr{D}_4 : -12x + 6y - 8 = 0$ $\mathscr{D}_5 : 5x + 2y + 10 = 0$

a) Parmi ces droites, lesquelles sont parallèles, confondues ou sécantes ?

$\mathscr{D}_3 \ // \ \mathscr{D}_2 \ // \ \mathscr{D}_4$ $\mathscr{D}_3 = \mathscr{D}_4 = \mathscr{D}_1$ $\mathscr{D}_5$ est sécantes aux autres droites.

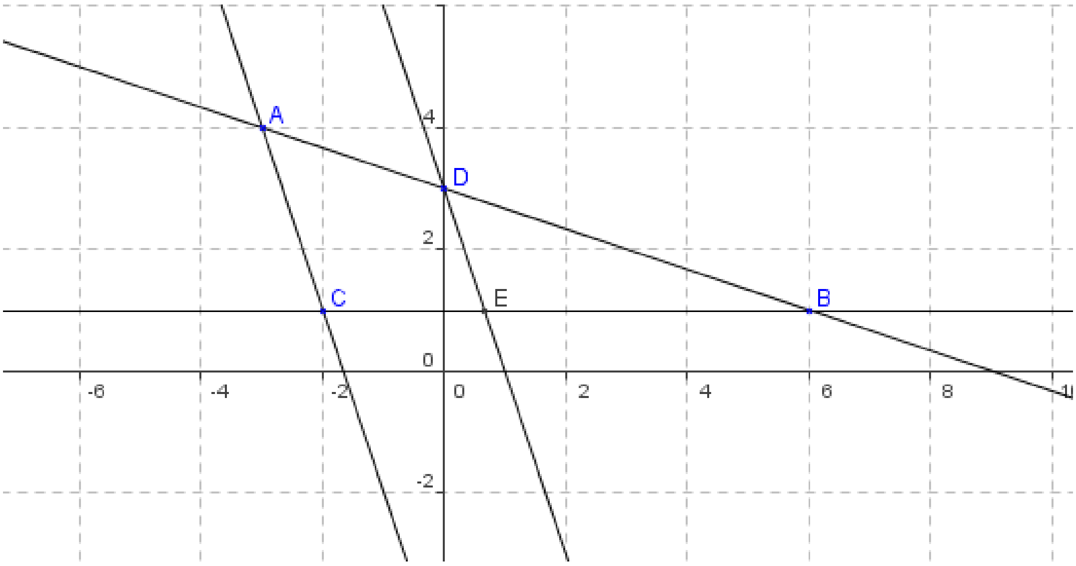
b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{D}_5$ et $\mathscr{D}_2$.

$\begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ 5x + 2y + 10 = 0 \end{cases}$ $2 \times 2 - (-1) \times 5 \neq 0$

-5 L1 $+ 2$ l 2 : $\begin{cases} -10x + 5y - 35 = 0 \\ 10x + 4y + 20 = 0 \end{cases}$ donc $9y - 15 = 0$ donc $y = \dfrac{15}{9} = \dfrac{5}{3}$

2 L1 + L2 : $\begin{cases} 4x - 2y + 14 = 0 \\ 5x + 2y + 10 = 0 \end{cases}$ donc $9x + 24 = 0$ donc $x = -\dfrac{24}{9} = -\dfrac{8}{3}$

$\boxed{\text{Exercice 5}}$ **On considère, dans un repère orthonormal les points A(– 3 ; 4), B(6 ; 1), C(– 2 ; 1) et D(0 ;3).**



1° Placer les points A, B, C et D. Le point D est-il un point de la droite (AB) ? Justifier.

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0+3\\3-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6+3\\1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix}$

$3\times(-3)-(-1)\times 9=0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires donc les points A, B et D sont alignés.

2° La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe la droite (BC) en E. a) Déterminer une équation de la droite (DE).

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2+3\\1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$. Soit M($x$, y) et $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix}x-0\\y-3\end{pmatrix}$

M $\in$ (DE) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires $\Leftrightarrow y-3-(-3)\times x=0 \Leftrightarrow y=3-3x$

Variante

Coefficient directeur de (AC) : $\dfrac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\dfrac{1-4}{-2+3}=-3$.

(DE) // (AC) donc la droite (De) a donc un coefficient directeur égal à – 3 et donc a une équation de la forme $y=-3x+b$: D $\in$ (DE) $\Leftrightarrow y_D=-3x_D+b \Leftrightarrow 3=-3\times 0+b$ donc $b=3$

b) Déterminer une équation de la droite (CB).

$\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}6+2\\1-1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}8\\0\end{pmatrix}$ donc (CB) est parallèle à l'axe (Ox) donc (CB) a pour équation $y=y_C=y_B \Leftrightarrow y=1$

c) En déduire les coordonnées du point E.

$\begin{cases}y=1\\y=3-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\1=3-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=3-1\\y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\y=1\end{cases}$ donc E$\left(\dfrac{2}{3}, 1\right)$