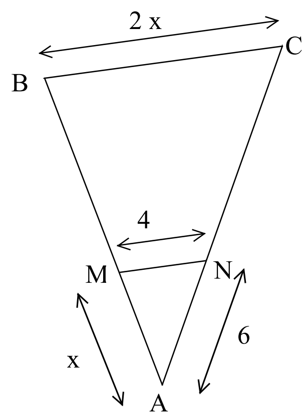
2°10 **Devoir surveillé n°2** Vendredi 21 octobre 2005

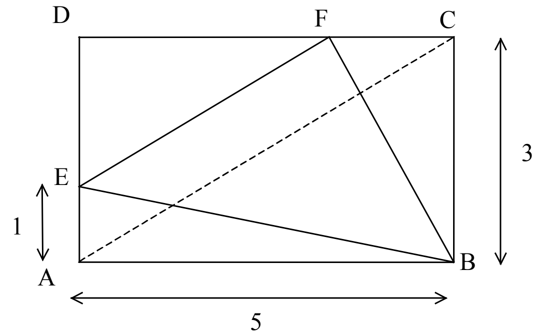
Exercice 1 4,5 points

Deux cercles de centres A et B ont même rayon 5 cm et sont tangents en I.
Le cercle de diamètre [AB] coupe le cercle de centre A en C et D.
1° Faire une figure.
2° Quelle est la nature du triangle ABC ? En déduire la longueur BC.
3° En déduire le sinus de $\widehat{ABC}$, puis la valeur de $\widehat{ABC}$.
4° Quelle est la nature du triangle BCD ?
5° Calculer l'aire du quadrilatère ACBD.



Exercice 2 : 4 points

Soit ABC un triangle quelconque. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On pose AM = x et on a : BC = 2 x , MN = 4 et AN = 6.
1° Démontrer que $AB = \dfrac{x^2}{2}$
Exprimer la longueur AC en fonction de x.
En déduire que le périmètre du triangle ABC est $p(x) = \dfrac{10\,x + x^2}{2}$
2° Montrer que $x^2 + 10x - 24 = (x + 5)^2 - 49$
3° Est-il possible de trouver x tel que le périmètre du triangle ABC soit égal à 12 ? Justifier.



Exercice 3 3 points

ABCD est un rectangle avec AB = 5 et BC = 3.
On construit le point E sur [AD] tel que AE = 1.
La parallèle à (AC) passant par E coupe (CD) en F.
1° Calculer DF et EF.
2° Le triangle BEF est-il rectangle ? Justifier

Exercice 4: 5 points

On donne : $A(x) = 3\,(x + 3)(x - 4) + 2\,(3\,x - 4)(x - 4)$ et $B(x) = (2\,x - 3)^2 - (x + 1)^2$
1° a) Développer et factoriser A(x)
b) Développer et factoriser B(x).
2° En choisissant l'écriture la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :
a) $A(x) = -4$
b) $B(x) = 0$
c) $B(x) = A(x)$

Exercice 5: 3,5 points

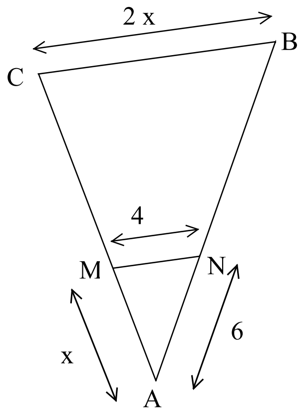
Résoudre les équations suivantes :
1° $\dfrac{x + 1}{2} + \dfrac{3\,x - 1}{3} = \dfrac{5\,x - 2}{12}$
2° $(2\,x - 1)^2 + (x + 2)\,(2\,x - 1) = 0$
3° $\dfrac{2\,x + 1}{x - 2} = \dfrac{2}{3}$
4° $\dfrac{x^2 - 1}{(x - 5)\,(x + 1)} = \dfrac{x - 1}{x + 5}$

2°10 **Devoir surveillé n°2** Vendredi 21 octobre 2005

Exercice 1 4,5 points

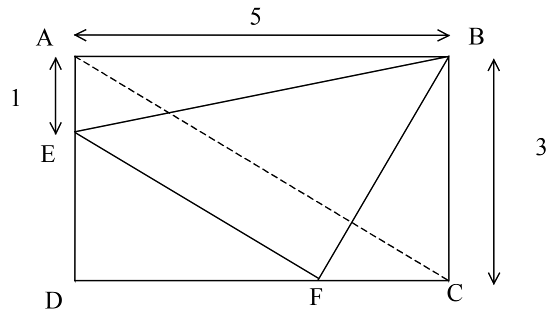
Deux cercles de centres A et B ont même rayon 4 cm et sont tangents en I.
Le cercle de diamètre [AB] coupe le cercle de centre A en C et D.
1° Faire une figure.
2° Quelle est la nature du triangle ABC ? En déduire la longueur BC.
3° En déduire le sinus de $\widehat{ABC}$, puis la valeur de $\widehat{ABC}$.
4° Quelle est la nature du triangle BCD ?
5° Calculer l'aire du quadrilatère ACBD.

Exercice 2: 4 points



Soit ABC un triangle quelconque. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On pose AM = x et on a : BC = 2 x , MN = 4 et AN = 6.
1° Démontrer que $AC = \frac{x^2}{2}$
Exprimer la longueur AB en fonction de x.
En déduire que le périmètre du triangle ABC est $p(x) = \frac{10x + x^2}{2}$
2° Montrer que $x^2 + 10x - 24 = (x + 5)^2 - 49$
3° Est-il possible de trouver x tel que le périmètre du triangle ABC soit égal à 12 ? Justifier.

Exercice 3 3 points



ABCD est un rectangle avec AB = 5 et BC = 3.
On construit le point E sur [AD] tel que AE = 1.
La parallèle à (AC) passant par E coupe (CD) en F.
1° Calculer DF et EF.
2° Le triangle BEF est-il rectangle ? Justifier

Exercice 4 5 points

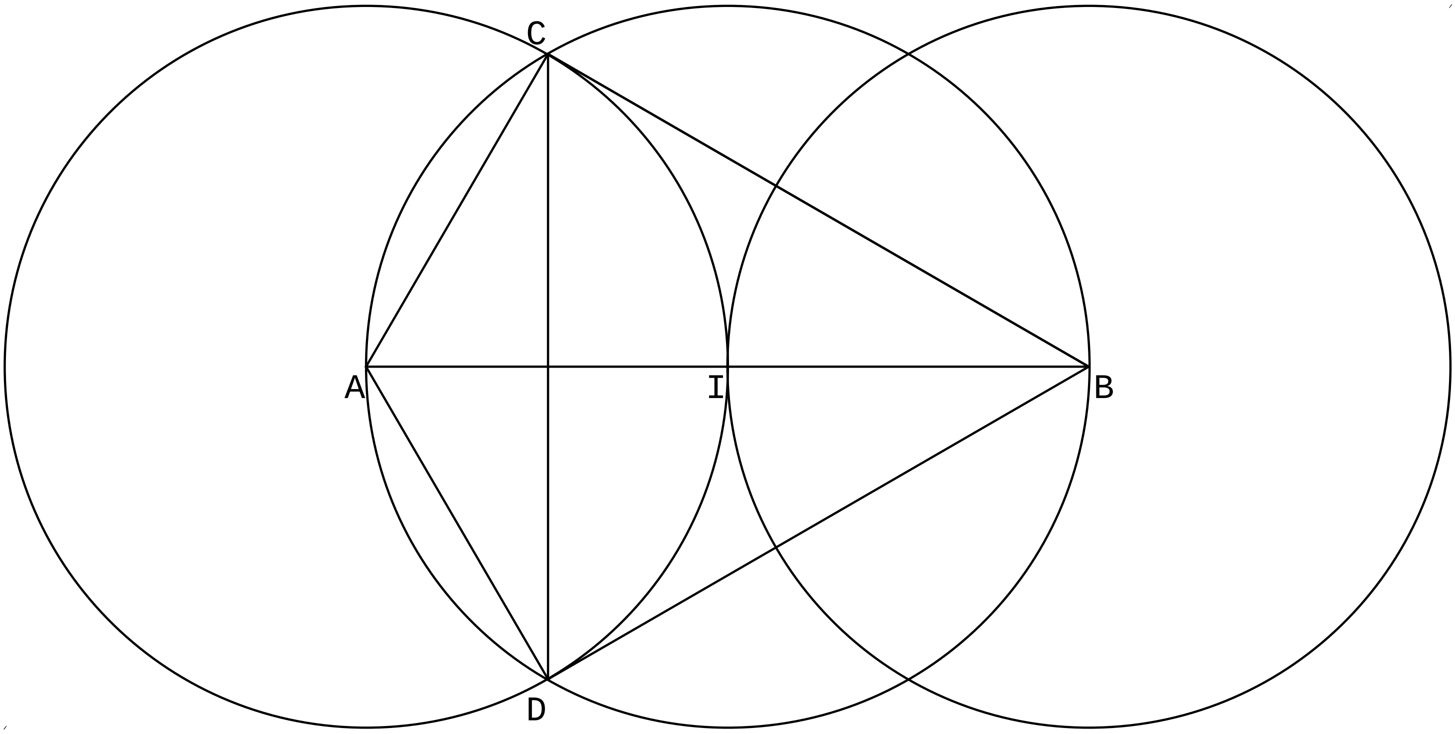
On donne : $A(x) = 3(x + 3)(x - 5) + 2(3x - 4)(x - 5)$ et $B(x) = (2x - 3)^2 - (x + 2)^2$
1° a) Développer et factoriser A(x)
b) Développer et factoriser B(x).
2° En choisissant l'écriture la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :
a) $A(x) = -5$
b) $B(x) = 0$
c) $B(x) = A(x)$

Exercice 5 3,5 points

Résoudre les équations suivantes :
1° $\frac{x-1}{2} + \frac{3x+1}{3} = \frac{5x+2}{12}$
2° $(2x - 1)^2 + (x + 2)(2x - 1) = 0$
3° $\frac{2x+1}{x-2} = \frac{2}{3}$
4° $\frac{x^2 - 1}{(x-5)(x-1)} = \frac{x+1}{x+5}$

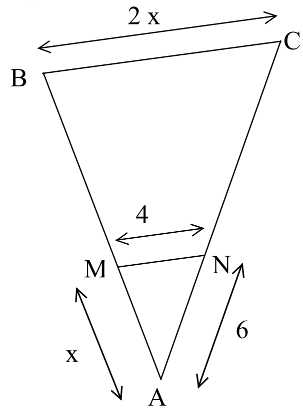
Exercice 1 4,5 points

Deux cercles de centres A et B ont même rayon 5 cm et sont tangents en I.
Le cercle de diamètre [AB] coupe le cercle de centre A en C et D.
1° Faire une figure.
2° Quelle est la nature du triangle ABC ?
C est sur le cercle de diamètre [AB] donc ABC est rectangle en C.
En déduire la longueur BC
D'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AC^2 + CB^2$
C est sur un cercle de centre A de rayon 5 cm donc AC = 5
Les cercles de centre A et B sont tangents en I donc AB = AI + IB = 5 + 5 = 10
On a donc : $CB^2 = AB^2 - AC^2 = 100 - 25 = 75$ BC = $\boxed{5\sqrt{3}}$
3° En déduire le sinus de $\widehat{ABC}$, puis la valeur de $\widehat{ABC}$.
Dans le triangle ABC rectangle en C on a : $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{10}$ donc $\widehat{ABC} = 30°$
4° Quelle est la nature du triangle BCD ?
La droite (AB) passe par les centres des trois cercles c'est donc un axe de symétrie de la figure.
$\widehat{DBC} = 2 \times \widehat{CBA} = 60°$ et BC = BD.
Le triangle BCD est isocèle en B et a un angle de 60° c'est donc un triangle équilatéral.
5° Calculer l'aire du quadrilatère ACBD.
Aire d ABCD = $2 \times$ Aire ABC = $2 \times \frac{CA \times CB}{2} = 25\sqrt{3}$ car ABC est rectangle en C.



Exercice 2 :   4 points
Soit ABC un triangle quelconque. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On pose AM = x et on a : BC = 2 x , MN = 4 et AN = 6.
1° Démontrer que AB = $\frac{x^2}{2}$. Exprimer la longueur AC en fonction de x.

Dans le triangle ABC on a : $\left.\begin{array}{c}\text{A, M et B alignés}\\ \text{A, N et C alignés}\\ \text{(MN) // (BC)}\end{array}\right\}$ on peut donc appliquer le théorème de Thalès



$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ donc $\frac{AB}{x} = \frac{AC}{6} = \frac{2\,x}{4}$

$\frac{AB}{x} = \frac{2\,x}{4}$ donc $AB = x \times \frac{x}{2} = \frac{x^2}{2}$

$\frac{AC}{6} = \frac{2\,x}{4}$ donc $AC = 6 \times \frac{x}{2} = 3\,x$.

En déduire que le périmètre du triangle ABC est $p(x) = \frac{10\,x + x^2}{2}$

$p(x) = AB + AC + BC = \frac{x^2}{2} + 3\,x + 2\,x = \frac{x^2 + 10\,x}{2}$

2° Montrer que $x^2 + 10x - 24 = (x + 5)^2 - 49$

$(x + 5)^2 - 49 = x^2 + 10\,x + 25 - 49 = x^2 + 10\,x - 24$.

3° Est-il possible de trouver x tel que le périmètre du triangle ABC soit égal à 12 ? Justifier.

$p(x) = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 10\,x}{2} = 12 \Leftrightarrow x^2 + 10\,x = 24 \Leftrightarrow x^2 + 10\,x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 49 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 5 - 7)\,(x + 5 + 7) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -12$

12 < 0 donc non acceptable.
Si x = 2 alors AB = 2 et AC = 6 alors on a M = B et N = C.

Exercice 3   3 points
ABCD est un rectangle avec AB = 5 et BC = 3.
On construit le point E sur [AD] tel que AE = 1.
La parallèle à (AC) passant par E coupe (CD) en F.
1° Calculer DF et EF.

Calcul de AC. Dans le triangle ACD rectangle en D on peut appliquer le théorème de Pythagore
$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 9 + 25 = 34$.

Dans le triangle ADC on a : $\left.\begin{array}{c}\text{D, E et A alignés}\\ \text{D, F et C alignés}\\ \text{(EF) // (AC)}\end{array}\right\}$ on peut donc appliquer le théorème de Thalès.

$\frac{DE}{DA} = \frac{EF}{AC} = \frac{DF}{DC}$ donc $\frac{2}{3} = \frac{EF}{\sqrt{34}} = \frac{DF}{5}$ donc $EF = \frac{2\sqrt{34}}{3}$ et $DF = \frac{10}{3}$

2° Le triangle BEF est-il rectangle ? Justifier

ABE est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore on a : $EB^2 = 1 + 25 = 26$.

BCF est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore on a : $FB^2 = FC^2 + CB^2 = \left(5 - \frac{10}{3}\right)^2 + 9 = \frac{106}{9}$.

$EB = \sqrt{26} \approx 5{,}1$, $FB = \frac{\sqrt{106}}{3} \approx 3{,}4$ et $EF = \frac{2\sqrt{34}}{3} \approx 3{,}9$

$\left.\begin{array}{c} FB^2 + EF^2 = \frac{106}{9} + \frac{4 \times 34}{9} = \frac{242}{9} \approx 26{,}9 \\ EB^2 = 26 \end{array}\right\}$: $FB^2 + EF^2 \neq EB^2$ donc le triangle EBF n'est pas rectangle.

Exercice 4:   5 points   On donne : $A(x) = 3\,(x + 3)(x - 4) + 2\,(3\,x - 4)(x - 4)$ et $B(x) = (2\,x - 3)^2 - (x + 1)^2$

1° a) Développer et factoriser A(x)

$A(x) = 3\,(x^2 - 4\,x + 3\,x - 12) + 2\,(3\,x^2 - 12\,x - 4\,x + 16) = 3\,x^2 - 3\,x - 36 + 6\,x^2 - 32\,x + 32\ \boxed{= 9\,x^2 - 35\,x - 4.}$

$A(x) = (x - 4)\,(3\,(x + 3) + 2\,(3\,x - 4)) = (x - 4)\,(3\,x + 9 + 6\,x - 8) = (x - 4)\,(9\,x + 1)$

b) Développer et factoriser B(x).

$B(x) = 4\,x^2 - 12\,x + 9 - (x^2 + 2\,x + 1) = 3\,x^2 - 14\,x + 8.$

$B(x) = ((2\,x - 3) - (x + 1))\,((2\,x - 3) + (x + 1)) = (\,2\,x - 3 - x - 1)\,(2\,x - 3 + x + 1) = (x - 4)\,(3\,x - 2)$

2° En choisissant l'écriture la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :

a) A(x) = – 4

$A(x) = -4 \Leftrightarrow 9\,x^2 - 35\,x - 4 = -4 \Leftrightarrow 9\,x^2 - 35\,x = 0 \Leftrightarrow x\,(9\,x - 35) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 9\,x - 35 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{35}{9}$

$\boxed{S = \left\{0\,,\frac{35}{9}\right\}}$

b) B(x) = 0

$B(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 4)\,(3\,x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = \frac{2}{3}$ $\boxed{S = \left\{4\,,\frac{2}{3}\right\}}$

c) B(x) = A(x)

$B(x) = A(x) \Leftrightarrow (x - 4)\,(9\,x + 1) = (x - 4)\,(3\,x - 2) \Leftrightarrow (x - 4)\,(9\,x + 1) - (x - 4)\,(3\,x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 4)\,(9\,x + 1 - (3\,x - 2)) = 0 \Leftrightarrow (x - 4)\,(6\,x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -\frac{3}{6}$ $\boxed{S = \left\{4\,,-\frac{1}{2}\right\}}$

Exercice 5 : 3,5 points Résoudre les équations suivantes :

1° $\mathbf{\frac{x + 1}{2} + \frac{3\,x - 1}{3} = \frac{5\,x - 2}{12}}$

$\frac{x + 1}{2} + \frac{3\,x - 1}{3} = \frac{5\,x - 2}{12} \Leftrightarrow \frac{6\,(x + 1)}{12} + \frac{4\,(3\,x - 1)}{12} = \frac{5\,x - 2}{12} \Leftrightarrow 6\,x + 6 + 12\,x - 4 = 5\,x - 2 \Leftrightarrow 13\,x = -4$

$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{13}$ $\boxed{S = \left\{-\frac{4}{13}\right\}}$

2° $\mathbf{(2\,x - 1)^2 + (x + 2)\,(2\,x - 1) = 0}$

$(2\,x - 1)^2 + (x + 2)\,(2\,x - 1) = 0 \Leftrightarrow (2\,x - 1)\,((2\,x - 1) + (x + 2)) = 0 \Leftrightarrow (2\,x - 1)\,(3\,x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$

$\boxed{S = \left\{\frac{1}{2}\,,-\frac{1}{3}\right\}}$

3° $\mathbf{\frac{2\,x + 1}{x - 2} = \frac{2}{3}}$ Valeur interdite : $\boxed{x \neq 2}$.

$\frac{2\,x + 1}{x - 2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3\,(2\,x + 1) = 2\,(x - 2) \Leftrightarrow 6\,x + 3 = 2\,x - 4 \Leftrightarrow 4\,x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4} \neq 2$ donc $\boxed{S = \left\{-\frac{7}{4}\right\}}$

4° $\mathbf{\frac{x^2 - 1}{(x - 5)\,(x + 1)} = \frac{x - 1}{x + 5}}$

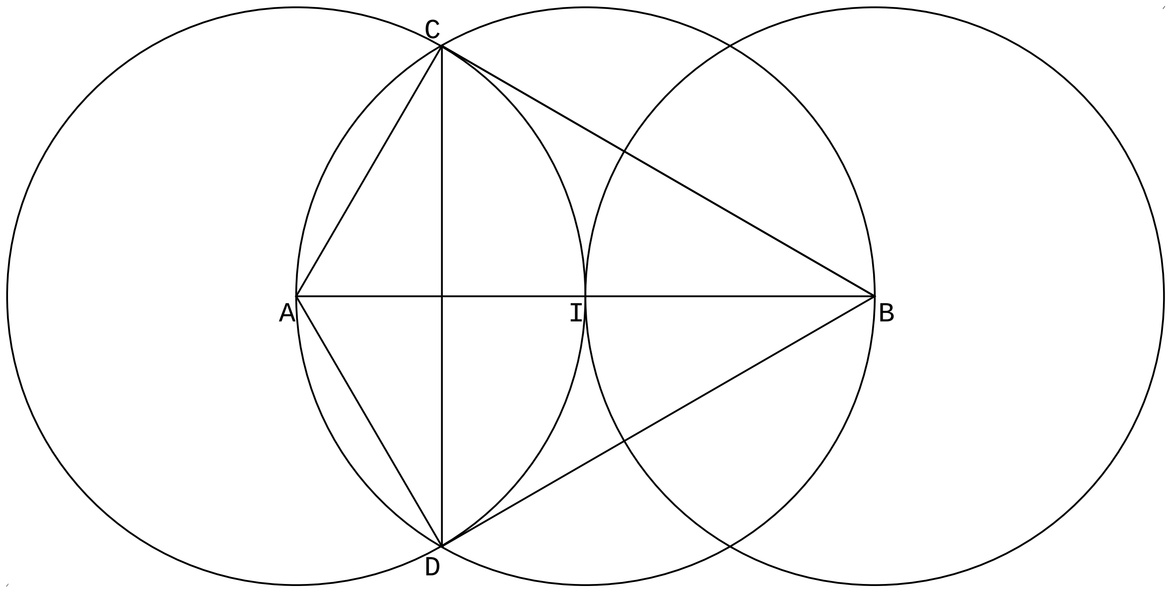
Valeurs interdites : $(x - 5\,)\,(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = -1$ et $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5.$ $\boxed{x \in \mathbb{R} - \{5\,,-1\,,-5\}}$

$\frac{x^2 - 1}{(x - 5)\,(x + 1)} = \frac{x - 1}{x + 5} \Leftrightarrow (x^2 - 1)\,(x + 5) = (x - 5)\,(x + 1)\,(x - 1) \Leftrightarrow (x^2 - 1)\,(x + 5) - (x - 5)\,(x + 1)\,(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)\,(x + 1)\,((x + 5) - (x - 5)) = 0 \Leftrightarrow 10\,(x - 1)\,(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1.$ $\boxed{S = \{1\}}$

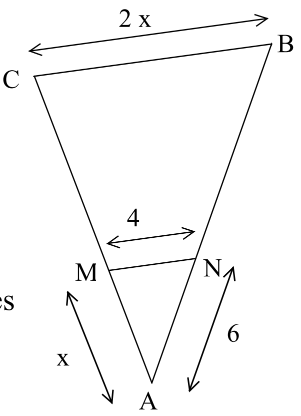
Exercice 1 4,5 points

Deux cercles de centres A et B ont même rayon 4 cm et sont tangents en I.
Le cercle de diamètre [AB] coupe le cercle de centre A en C et D.
1° Faire une figure.
2° Quelle est la nature du triangle ABC ?
C est sur le cercle de diamètre [AB] donc ABC est rectangle en C.
En déduire la longueur BC
D'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AC^2 + CB^2$
C est sur un cercle de centre A de rayon 4 cm donc AC = 4
Les cercles de centre A et B sont tangents en I donc AB = AI + IB = 4 + 4 = 8
On a donc : $CB^2 = AB^2 - AC^2 = 100 - 25 = 75$ BC = $\boxed{4\sqrt{3}}$
3° En déduire le sinus de $\widehat{ABC}$, puis la valeur de $\widehat{ABC}$.
Dans le triangle ABC rectangle en C on a : $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4}{8}$ donc $\widehat{ABC} = 30\ °$
4° Quelle est la nature du triangle BCD ?
La droite (AB) passe par les centres des trois cercles c'est donc un axe de symétrie de la figure.
$\widehat{DBC} = 2 \times \widehat{CBA} = 60°$ et BC = BD.
Le triangle BCD est isocèle en B et a un angle de 60° c'est donc un triangle équilatéral.
5° Calculer l'aire du quadrilatère ACBD.
Aire d ABCD = 2 × Aire ABC = $2 \times \dfrac{CA \times CB}{2} = 16\sqrt{3}$ car ABC est rectangle en C.



Exercice 2 : 4 points

Soit ABC un triangle quelconque. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On pose AM = x et on a : BC = 2 x , MN = 4 et AN = 6.



1° Démontrer que AB = $\frac{x^2}{2}$. Exprimer la longueur AC en fonction de x.

Dans le triangle ABC on a : $\left.\begin{array}{c}\text{A, M et C alignés}\\ \text{A, N et B alignés}\\ \text{(MN) // (BC)}\end{array}\right\}$ on peut donc appliquer le théorème de Thalès

$\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM} = \frac{BC}{MN}$ donc $\frac{AC}{x} = \frac{AB}{6} = \frac{2\,x}{4}$

$\frac{AC}{x} = \frac{2\,x}{4}$ donc $AC = x \times \frac{x}{2} = \frac{x^2}{2}$

$\frac{AB}{6} = \frac{2\,x}{4}$ donc $AB = 6 \times \frac{x}{2} = 3\,x$.

En déduire que le périmètre du triangle ABC est $p(x) = \frac{10\,x + x^2}{2}$

$p(x) = AC + AB + BC = \frac{x^2}{2} + 3\,x + 2\,x = \frac{x^2 + 10\,x}{2}$

2° Montrer que $x^2 + 10x - 24 = (x + 5)^2 - 49$

$(x + 5)^2 - 49 = x^2 + 10\,x + 25 - 49 = x^2 + 10\,x - 24$.

3° Est-il possible de trouver x tel que le périmètre du triangle ABC soit égal à 12 ? Justifier.

$p(x) = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 10\,x}{2} = 12 \Leftrightarrow x^2 + 10\,x = 24 \Leftrightarrow x^2 + 10\,x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 49 = 0$

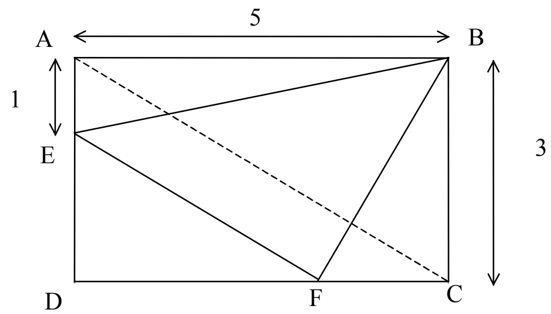
$\Leftrightarrow (x + 5 - 7)\,(x + 5 + 7) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -12$

$12 < 0$ donc non acceptable.

Si x = 2 alors AC = 2 et AB = 6 alors on a M = B et N = C.

Exercice 3 3 points

ABCD est un rectangle avec AB = 5 et BC = 3.
On construit le point E sur [AD] tel que AE = 1.
La parallèle à (AC) passant par E coupe (CD) en F.



1° Calculer DF et EF.

Calcul de AC. Dans le triangle ACD rectangle en D on peut appliquer le théorème de Pythagore

$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 9 + 25 = 34$.

Dans le triangle ADC on a : $\left.\begin{array}{c}\text{D, E et A alignés}\\ \text{D, F et C alignés}\\ \text{(EF) // (AC)}\end{array}\right\}$ on peut donc appliquer le théorème de Thalès.

$\frac{DE}{DA} = \frac{EF}{AC} = \frac{DF}{DC}$ donc $\frac{2}{3} = \frac{EF}{\sqrt{34}} = \frac{DF}{5}$ donc $EF = \frac{2\sqrt{34}}{3}$ et $DF = \frac{10}{3}$

2° Le triangle BEF est-il rectangle ? Justifier

ABE est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore on a : $EB^2 = 1 + 25 = 26$.

BCF est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore on a : $FB^2 = FC^2 + CB^2 = \left(5 - \frac{10}{3}\right)^2 + 9 = \frac{106}{9}$.

$EB = \sqrt{26} \approx 5{,}1$, $FB = \frac{\sqrt{106}}{3} \approx 3{,}4$ et $EF = \frac{2\sqrt{34}}{3} \approx 3{,}9$

$\left.\begin{array}{c} FB^2 + EF^2 = \frac{106}{9} + \frac{4 \times 34}{9} = \frac{242}{9} \approx 26{,}9 \\ EB^2 = 26 \end{array}\right\}$: $FB^2 + EF^2 \neq EB^2$ donc le triangle EBF n'est pas rectangle.

Exercice 4: **On donne : $A(x) = 3 (x + 3)(x – 5) + 2 (3 x – 4)(x – 5)$ et $B(x) = (2 x – 3)^2 – (x + 2)^2$**

1° a) Développer et factoriser A(x)

$A(x) = 3 (x^2 – 5 x + 3 x – 15) + 2 (3 x^2 – 15 x – 4 x + 20) = 3 x^2 – 6 x – 45 + 6 x^2 – 38 x + 40 = \boxed{9 x^2 – 44 x – 5}$

$A(x) = (x – 5) (3 (x + 3) + 2 (3 x – 4)) = (x – 5) (3 x + 9 + 6 x – 8) = \boxed{(x – 5) (9 x + 1)}$

b) Développer et factoriser B(x).

$B(x) = 4 x^2 – 12 x + 9 – (x^2 + 4 x + 4) = 4 x^2 – 12 x + 9 – x^2 – 4 x – 4 = \boxed{3 x^2 – 16 x + 5}$

$B(x) = ((2 x – 3) – (x + 2)) ((2 x – 3) + (x + 2)) = \boxed{(x – 5) (3 x – 1)}$

2° En choisissant l'écriture la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :

a) A(x) = – 5

$A(x) = – 5 \Leftrightarrow 9 x^2 – 44 x – 5 = – 5 \Leftrightarrow 9 x^2 – 44 x = 0 \Leftrightarrow x (9 x – 44) = 0 \Leftrightarrow x=0$ ou $9 x – 44 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{44}{9}$

$\boxed{S = \left\{0 , \frac{44}{9}\right\}}$

b) B(x) = 0

$B(x) = 0 \Leftrightarrow (x – 5) (3 x – 1) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = \frac{1}{3}$ $\boxed{S = \left\{5 , \frac{1}{3}\right\}}$

c) B(x) = A(x)

$(x – 5) (9 x + 1) = (x – 5) (3 x – 1) \Leftrightarrow (x – 5) (9 x + 1) – (x – 5) (3 x – 1) = 0 \Leftrightarrow (x – 5) (9 x + 1 – (3 x – 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x – 5) (6 x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -\frac{2}{6}$ $\boxed{S = \left\{5 , -\frac{1}{3}\right\}}$

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes :

1° $\mathbf{\frac{x-1}{2} + \frac{3x+1}{3} = \frac{5x+2}{12}}$

$\frac{x-1}{2} + \frac{3x+1}{3} = \frac{5x+2}{12} \Leftrightarrow \frac{6x-6}{12} + \frac{12x+4}{12} = \frac{5x+2}{12} \Leftrightarrow 6 x – 6 + 12 x + 4 = 5 x + 2 \Leftrightarrow 13 x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{13}$

$\boxed{S = \left\{\frac{4}{13}\right\}}$

2° $\mathbf{(2 x – 1)^2 + (x + 2) (2 x – 1) = 0}$

$(2 x – 1)^2 + (x + 2) (2 x – 1) = 0 \Leftrightarrow (2 x – 1) (2 x – 1 + x + 2) = 0 \Leftrightarrow (2 x – 1) (3 x + 1) =0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{3}$

$\boxed{S = \left\{\frac{1}{2} , -\frac{1}{3}\right\}}$

3° $\mathbf{\frac{2x+1}{x-2} = \frac{2}{3}}$ Valeur interdite : $\boxed{x \neq 2}$

$\frac{2x+1}{x-2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3 (2 x + 1) = 2 (x – 2) \Leftrightarrow 6 x + 3 = 2 x – 4 \Leftrightarrow 4 x = – 7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$ $\boxed{S = \left\{-\frac{7}{4}\right\}}$

4° $\mathbf{\frac{x^2-1}{(x-5)(x-1)} = \frac{x+1}{x+5}}$

Valeurs interdites : $(x – 5) (x – 1) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = – 1$ et $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = – 5$. $\boxed{x \in \mathbb{R} – \{5 , 1 , – 5\}}$

$\frac{x^2-1}{(x-5)(x-1)} = \frac{x+1}{x+5} \Leftrightarrow (x^2 – 1) (x + 5) = (x – 5) (x – 1) (x + 1) \Leftrightarrow (x^2 – 1) (x + 5) – (x – 5) (x – 1) (x + 1) = 0 \Leftrightarrow$

$(x^2 – 1) (x + 5 – (x – 5)) = 0 \Leftrightarrow 10 (x – 1) (x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = – 1$ $\boxed{S = \{– 1\}}$