

Exercice 1 (8,5 points)

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x + 1)^2 - 4(3x + 1)$.

1° Exemples d'écritures de $f(x)$

a) Factoriser $f(x)$.

$$3(x - 1)(3x + 1)$$

b) Développer $f(x)$.

$$9x^2 - 6x - 3$$

c) Démontrer que pour tout réel x : $f(x) = (3x - 1)^2 - 4$

2° On dispose désormais de quatre écritures de $f(x)$.

Répondre à chacune des questions suivantes, en choisissant à chaque fois l'expression la mieux appropriée.

a) Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.

b) Calculer l'image de 0 par f .

c) Déterminer s'il en existe, le(ou les) antécédent(s) de 12 par la fonction f .

Exercice 2 (5,5 points)

On considère un rectangle ABCD tel que $AB = 8$ et $AD = 4$.

Les points M, N, P et Q sont respectivement placés sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA] tel que: $AM = CP = x$ et $BN = DQ = 2x$.

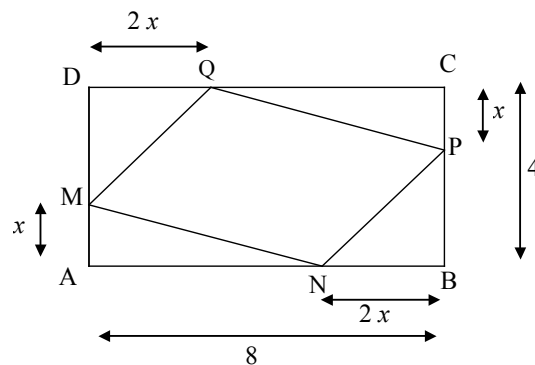
On se propose d'étudier l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de la position du point M.

1° Quel est l'intervalle des valeurs possibles pour x ?

2° En soustrayant des aires, exprimer en fonction de x , l'aire $\mathcal{A}(x)$ du parallélogramme MNPQ et montrer que : $\mathcal{A}(x) = 4(x^2 - 4x + 8)$

3° a) Démontrer que pour tout réel x , $\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}(2) = 4x^2 - 16x + 16$.

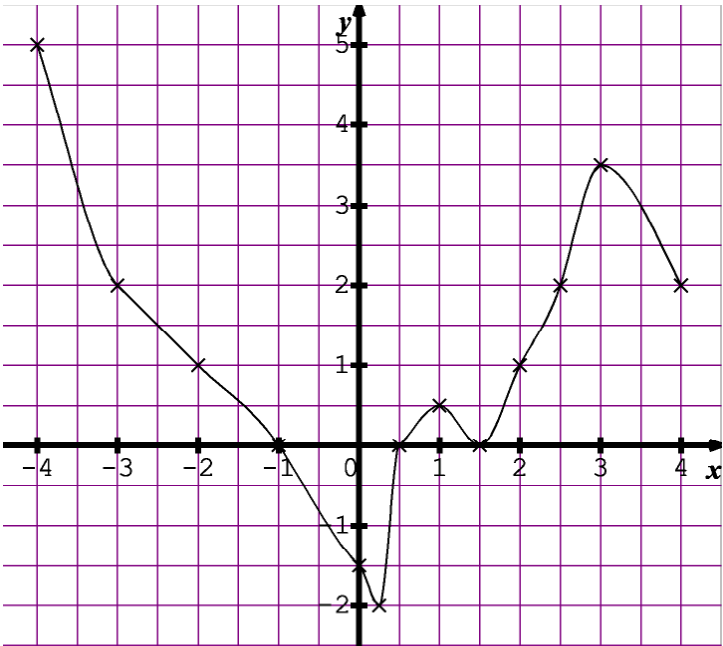
b) Factoriser $\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}(2)$.



Nom :

Exercice 3 (4 points)

Pour cet exercice aucune justification n'est demandée. Vous écrirez lisiblement dans chaque case : « vrai » si vous pensez que l'affirmation est exacte ; « faux » si vous pensez que l'affirmation est inexacte. Aucune mention dans la case correspond à une absence de réponse. Une réponse exacte rapporte un certain nombre de points ;une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de ce nombre de points ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.



La fonction f est représentée par la courbe ci-contre.

1	L'ensemble de définition de la fonction f est : $[-4 ; 4]$	La fonction f est définie sur $[-3 ; 2]$	$\sqrt{2}$ a une seule image par f .
2	L'image de -3 par f est 2	0 a pour image -1 par f .	$f(1,5)$ est l'image de 0 par f
3	-1 admet exactement deux antécédents par f .	-2 est un antécédent de 1 par f	0,5 admet trois antécédents par f
4	L'ensemble des solutions de $f(x) = 1$ est l'intervalle $[-2 ; 2]$	$f(x)$ est toujours inférieur à 5.	$f(0) > f(1)$

Exercice 4 (2 points)

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne

$x < 1$	$x \in]-\infty ; 1[$	
$3 \leq x < 5$		
	$x \in [3 ; +\infty[$	

Exercice 1 (8,5 points) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x + 1)^2 - 4(3x + 1)$.

1° Exemples d'écritures de $f(x)$ a) Factoriser $f(x)$.

$$f(x) = (3x + 1)(3x + 1) - 4(3x + 1) = (3x + 1)(3x + 1 - 4) = (3x + 1)(3x - 3) = 3(x - 1)(3x + 1)$$

b) Développer $f(x)$.

$$f(x) = 9x^2 + 6x + 1 - 12x - 4 = 9x^2 - 6x - 3$$

c) Démontrer que pour tout réel x : $f(x) = (3x - 1)^2 - 4$

$$\text{Pour tout réel } x, (3x - 1)^2 - 4 = 9x^2 - 6x + 1 - 4 = 9x^2 - 6x - 3.$$

2° On dispose désormais de quatre écritures de $f(x)$. Répondre à chacune des questions suivantes, en choisissant à chaque fois l'expression la mieux appropriée. a) Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x - 1)(3x + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \text{ ou } 3x + 1 = 0 \quad (3 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{3} \quad S = \left\{ 1, -\frac{1}{3} \right\}$$

b) Calculer l'image de 0 par f .

$$f(0) = 9 \times 0^2 - 6 \times 0 - 3 = -3.$$

c) Déterminer s'il en existe, le(ou les) antécédent(s) de 12 par la fonction f .

$$f(x) = 12 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 - 4 = 12 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 = 12 + 4 \Leftrightarrow 3x - 1 = 4 \text{ ou } 3x - 1 = -4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ ou } x = -1$$

12 a deux antécédent par f les nombres $\frac{5}{3}$ et -1 .

Exercice 2 (5,5 points)

On considère un rectangle ABCD tel que $AB = 8$ et $AD = 4$. Les points M, N, P et Q sont respectivement placés sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA] tel que: $AM = CP = x$ et $BN = DQ = 2x$. On se propose d'étudier l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de la position du point M. 1° Quel est l'intervalle des valeurs possibles pour x ?

$M \in [AD]$ donc x doit être compris entre 0 et 4

$N \in [AB]$ donc $2x$ doit être compris entre 0 et 8 c'est à dire que x doit être compris entre 0 et 4. $I = [0, 4]$

2° En soustrayant des aires, exprimer en fonction de x , l'aire $\mathcal{A}(x)$ du parallélogramme MNPQ et montrer que $\mathcal{A}(x) = 4(x^2 - 4x + 8)$

$$\text{Aire(MNPQ)} = \text{Aire(ABCD)} - 2 \times \text{Aire(AMN)} - 2 \times \text{Aire(DMQ)} = 4 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2}x \times (8 - 2x) - 2 \times \frac{1}{2} \times 2x \times (4 - x)$$

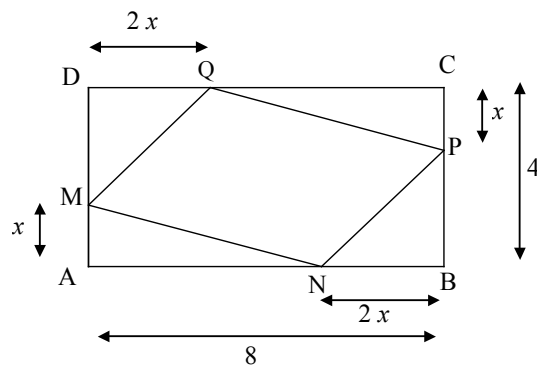
$$= 32 - 8x + 2x^2 - 8x + 2x^2 = 4x^2 - 16x + 32 = 4(x^2 - 4x + 8)$$

3° a) Démontrer que pour tout réel x , $\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}(2) = 4x^2 - 16x + 16$.

$$\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}(2) = 4x^2 - 16x + 32 - (4 \times 2^2 - 16 \times 2 + 32) = 4x^2 - 16x + 32 - 16 + 32 - 32 = 4x^2 - 16x + 16.$$

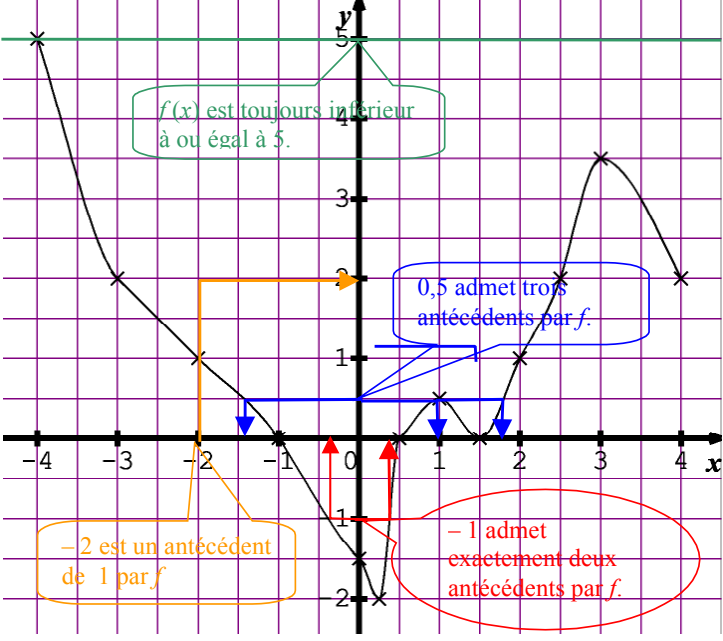
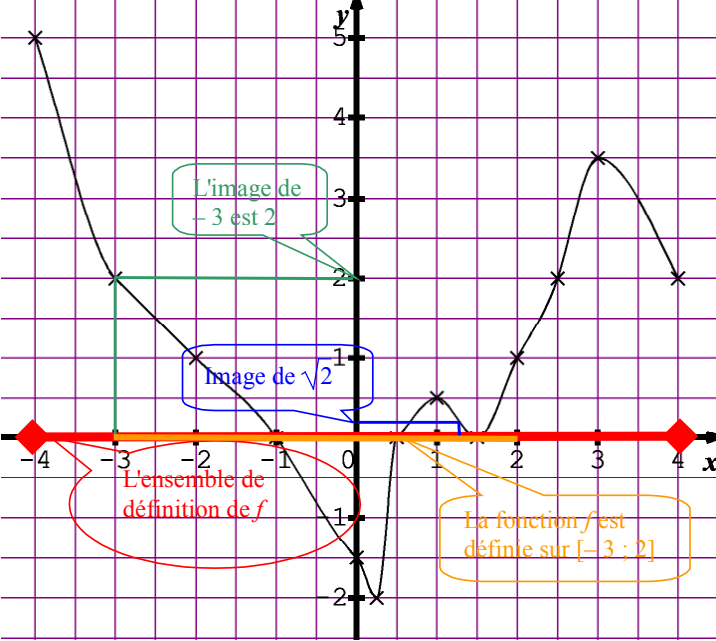
b) Factoriser $\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}(2)$.

$$4x^2 - 16x + 16 = 4(x^2 - 4x + 4) = 4(x - 2)^2$$



Exercice 3 (4 points)Pour cet exercice aucune justification n'est demandée. Vous écrirez lisiblement dans chaque case : « vrai » si vous pensez que l'affirmation est exacte ; « faux » si vous pensez que l'affirmation est inexacte. Aucune mention dans la case correspond à une absence de réponse. Une réponse exacte rapporte un certain nombre de points ;une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de ce nombre de points ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0. La fonction f est représentée par la courbe ci-contre.

Exercice 3 (4 points)



1	L'ensemble de définition de la fonction f est : $[-4 ; 4]$	La fonction f est définie sur $[-3 ; 2]$	$\sqrt{2}$ a une seule image par f.
2	L'image de -3 par f est 2	0 a pour image -1 par f	$f(1.5)$ est l'image de 0 par f
3	-1 admet exactement deux antécédents par f.	-2 est un antécédent de 1 par f	$0,5$ admet trois antécédents par f
4	L'ensemble des solutions de $f(x) = 1$ est l'intervalle $[-2 ; 2]$	$f(x)$ est toujours inférieur à 5.	$f(0) > f(1)$

Exercice 4 (2 points)

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne

$x < 1$	$x \in]-\infty ; 1[$	
$-3 < x \leq 4$	$x \in]-3 ; 4]$	
$3 \leq x < 5$	$x \in [3 ; 5[$	
$3 \leq x$	$x \in [3 ; +\infty[$	