$\boxed{1}$ INEQUATIONS

Question 1

a) Démontrer que : $\dfrac{x-2}{x+2} \leq \dfrac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow \dfrac{-6x}{(x+2)(x-1)} \leq 0$

b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{x-2}{x+2} \leq \dfrac{x+1}{x-1}$

Question 2

a) Démontrer que $(2x-1)^2 \geq 9 \Leftrightarrow 4(x-2)(x+1) \geq 0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(2x-1)^2 \geq 9$

Question 3

a) $x^2 - 4 + 3(x+2) > 2x^2 + 4x \Leftrightarrow (x+2)(1-x) > 0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^2 - 4 + 3(x+2) > 2x^2 + 4x$.

Question 4

a) $\dfrac{1}{x^2-9} > \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{x+3} \Leftrightarrow \dfrac{1-2x}{(x-3)(x+3)} > 0$.

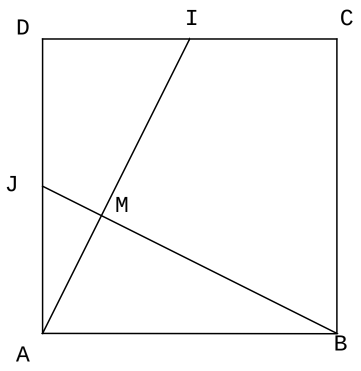
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{1}{x^2-9} > \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{x+3}$

2 Question 1

Soit ABCD un carré de côté 4 cm, I et J sont les milieux respectifs des côtés [CD] et [AD].
Les segments [AI] et [BJ] se coupent en M.

a) Le triangle AMJ est

vrai	faux	Isométrique au triangle ADI
vrai	faux	Semblable au triangle BMI
vrai	faux	Rectangle



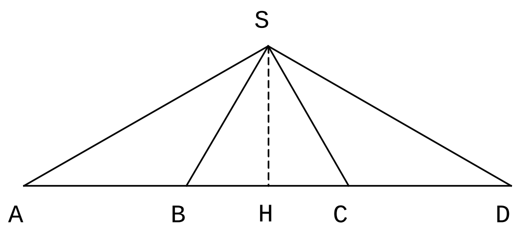
b)

vrai	faux	$AM \times AJ = AD \times AI$
vrai	faux	$AM = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
vrai	faux	L'aire du triangle AMJ est égale à $\dfrac{1}{5}$

Question 2

Les points sont alignés, tels que AB = BC = CD = a. Le point S est tel que SB = SC = BC.
H est le projeté orthogonal de S sur (AD)

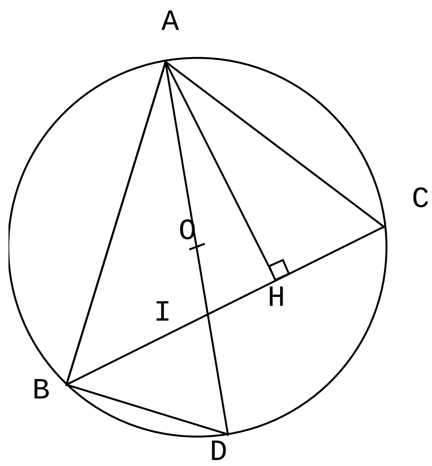
vrai	faux	Le triangle DSB est rectangle
vrai	faux	Le triangle ASB est semblable au triangle ASD
vrai	faux	$AS \times AD = SB \times SD$
vrai	faux	Aire (SAD) = $3 \times$ Aire (ABS)
vrai	faux	Le triangle SHC est semblable au triangle SDB
vrai	faux	Le triangle SHC est semblable au triangle SHD



Question 3

$\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC et R est la rayon du cercle $\mathscr{C}$
Dans le triangle ABC, [AH] est la hauteur issue de A.
[AD] est un diamètre de $\mathscr{C}$

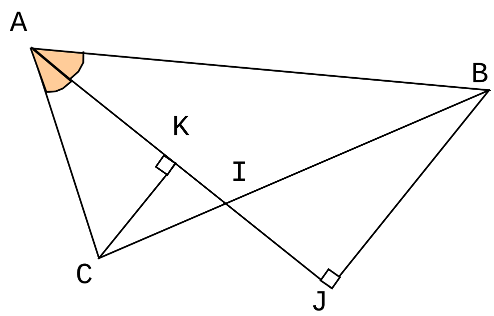
vrai	faux	Le triangle BID est semblable au triangle AIC
vrai	faux	Le triangle ABD est semblable au triangle AHC
vrai	faux	Le triangle AIC est semblable au triangle ABD
vrai	faux	$\dfrac{AB}{AH} = \dfrac{AC}{AD}$
vrai	faux	Aire (ABC) = $\dfrac{AB \times AC \times BC}{4\ R}$



Question 4

Dans le triangle ABC la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe [BC] en I.
La perpendiculaire à la droite (AI) issue de B coupe la droite (AI) en J.
La perpendiculaire à la droite (AI) issue de C coupe la droite (AI) en K.

vrai	faux	Le triangle ABJ est isométrique au triangle ACK
vrai	faux	Le triangle CIK est semblable au triangle BIJ
vrai	faux	$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AJ}{AK}$
vrai	faux	$IK \times IJ = IC \times IB$



$\boxed{1}$ **Question 1** $\dfrac{x-2}{x+2} \le \dfrac{x+1}{x-1}$

$$\frac{x-2}{x+2} \le \frac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+1}{x-1} \le 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-1)-(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-1)} \le 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-x-2x+2-x^2-x-2x-2}{(x+2)(x-1)} \le 0$$

$$\Leftrightarrow - \frac{-6x}{(x+2)(x-1)} \le 0$$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$-6x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

$\boxed{S =]-2\,,0\,] \cup]\,1\,,+\infty\,[}$

Question 2 : $(2x-1)^2 \ge 9$

$(2x-1)^2 \ge 9 \Leftrightarrow (2x-1)^2 - 3^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow (2x-1-3)(2x-1+3) \ge 0$

$\Leftrightarrow (2x-4)(2x+2) \ge 0$

$\Leftrightarrow 2(x-2) \times 2(x+1) \ge 0$

$\Leftrightarrow 4(x-2)(x+1) \ge 0$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
4		$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S =]-\infty\,,-1\,] \cup [\,2\,,+\infty\,[}$

Question 3 : $x^2 - 4 + 3(x+2) > 2x^2 + 4x$

$x^2 - 4 + 3(x+2) > 2x^2 + 4x$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+2) + 3(x+2) - 2x(x+2) > 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-2+3-2x) > 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(1-x) > 0$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S =]-2\,,1\,[}$

Question 4 : $\dfrac{1}{x^2-9} > \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{x+3}$

$$\frac{1}{x^2-9} > \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+3)(x-3)} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-(x+3)-(x-3)}{(x-3)(x+3)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-2x}{(x-3)(x+3)} > 0$$

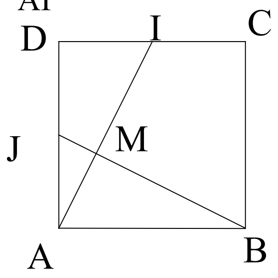
x	$-\infty$		-3		$1/2$		3		$+\infty$
$1-2x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

$\boxed{S =]-oo\,,-3\,[\cup]\,1/2\,,3[}$

Question 1 Soit ABCD un carré de côté 4 cm, I et J sont les milieux respectifs des côtés [CD] et [AD]. Les segments [AI] et [BJ] se coupent en M. a) Le triangle AMJ est

vrai faux **Isométrique au triangle ADI**

Ils sont semblables car les triangles $\begin{matrix}\text{AID}\\\text{BAJ}\end{matrix}$ sont isométriques donc $\widehat{\text{AID}} = \widehat{\text{AJB}}$ De plus $\widehat{\text{IAD}} = \widehat{\text{JAM}}$ on peut donc dire que les triangles $\begin{matrix}\text{AMJ}\\\text{ADI}\end{matrix}$ sont semblables Ils ne sont pas isométriques car $\dfrac{\text{AM}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{MJ}}{\text{DI}} = \dfrac{\text{AJ}}{\text{AI}} \neq 1$



vrai faux **Semblable au triangle BMI**

vrai faux **Rectangle**

$\begin{matrix}\text{AMJ}\\\text{ADI}\end{matrix}$ sont semblables.. AID est rectangle en D donc AMJ est rectangle en M

vrai faux **AM × AJ = AD × AI**

$\begin{matrix}\text{AMJ}\\\text{ADI}\end{matrix}$ sont semblables donc $\dfrac{\text{AM}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{AJ}}{\text{AI}}$ donc AM × AI = AD × AJ

b) vrai faux **AM =** $\mathbf{\dfrac{4\sqrt{5}}{5}}$

$\begin{matrix}\text{AMJ}\\\text{ADI}\end{matrix}$ sont semblables donc $\dfrac{\text{AM}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{MJ}}{\text{DI}} = \dfrac{\text{AJ}}{\text{AI}}$. AJ = 2 cm. Dans le triangle ADI rectangle en D le théorème de Pythagore donne : $\text{AI} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$. On a donc $\dfrac{\text{AM}}{\text{AD}} = \dfrac{2}{2\sqrt{5}}$ donc $\text{AM} = \dfrac{4}{\sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

vrai faux **L'aire du triangle AMJ est égale à** $\mathbf{\dfrac{1}{5}}$

$\begin{matrix}\text{AMJ}\\\text{ADI}\end{matrix}$ sont semblables donc $\dfrac{\text{aire (AMJ)}}{\text{aire (ADI)}} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$ donc $\text{aire (AMJ)} = \dfrac{\text{aire (AID)}}{5} = \dfrac{\frac{1}{2}\times \text{AI} \times \text{AD}}{5} = \dfrac{4}{5}$

Question 2 Les points sont alignés, tels que AB = BC = CD = a. Le point S est tel que SB = SC = BC. H est le projeté orthogonal de S sur (AD)

vrai faux **Le triangle DSB est rectangle**

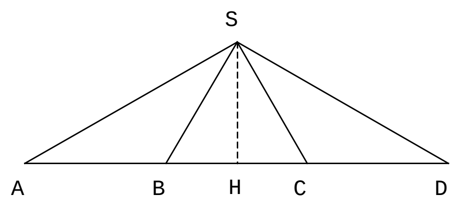
SB = SC = BC donc le triangle SBC est équilatéral $\widehat{\text{SBC}} = \widehat{\text{BCS}} = \widehat{\text{CSB}} = 60°$ SCD est isocèle en C donc $\widehat{\text{CDS}} = \widehat{\text{CSD}} = \dfrac{180 - \widehat{\text{SCD}}}{2} = \dfrac{180-(180-60)}{2} = 30°$ donc $\widehat{\text{BSD}} = \widehat{\text{BSC}} + \widehat{\text{CSD}} = 60° + 30° = 90°$

vrai faux **Le triangle ASB est semblable au triangle ASD**

AB = BS donc ABC est isocèle en B, $\widehat{\text{SAB}} = \widehat{\text{BSA}} = \dfrac{180 - \widehat{\text{ABS}}}{2} = 30°$

$\widehat{\text{SAB}} = \widehat{\text{SAD}} = 30°$ et $\widehat{\text{BSA}} = \widehat{\text{ADS}} = 30°$. Les triangles $\begin{matrix}\text{ASB}\\\text{ADS}\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles.

vrai faux **AS × AD = SB × SD**



Les triangles $\begin{matrix}\text{ASB}\\\text{ADS}\end{matrix}$ sont semblables donc $\dfrac{\text{AS}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{SB}}{\text{DS}}$ donc AS × AD= AD × SB

vrai faux **Aire (SAD) = 3 × Aire (ABS)**

Dans le triangle SBD rectangle en S le théorème de Pythagore donne : $\text{DS} = \sqrt{(2\,\text{a})^2 - \text{a}^2} = \sqrt{4\,\text{a}^2 - \text{a}^2} = \text{a}\sqrt{3}$

Les triangles $\begin{matrix}\text{ASB}\\\text{ADS}\end{matrix}$ sont semblables et on a : $\dfrac{\text{SB}}{\text{DS}} = \dfrac{\text{a}}{\text{a}\sqrt{3}}$ et $\dfrac{\text{aire (ASB)}}{\text{aire (ADS)}} = \left(\dfrac{\text{a}}{\text{a}\sqrt{3}}\right)^3 = \dfrac{1}{3}$

vrai faux **Le triangle SHC est semblable au triangle SDB**

$\widehat{\text{SHC}} = 90° = \widehat{\text{BSD}}$ et $\widehat{\text{HCS}} = \widehat{\text{DBS}} = 60°$ les triangles $\begin{matrix}\text{SHC}\\\text{DSB}\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles ils sont sembla

vrai faux **Le triangle SHC est semblable au triangle SHD**

$\widehat{\text{SHC}} = \widehat{\text{SHD}} = 90°$ et $\widehat{\text{HDS}} = \widehat{\text{HSC}} = 30°$ les triangles $\begin{matrix}\text{SHC}\\\text{DHS}\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles

Question 3 $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC et R est la rayon du cercle $\mathscr{C}$ Dans le triangle ABC, [AH] est la hauteur issue de A. [AD] est un diamètre de $\mathscr{C}$

vrai | faux — **Le triangle BID est semblable au triangle AIC**

Les angles $\widehat{BID}$ et $\widehat{CIA}$ sont opposés par le sommet ils sont donc égaux

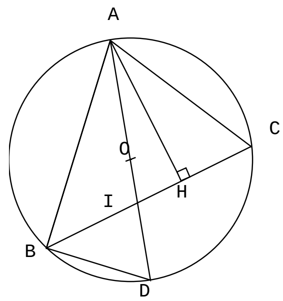
Les angles $\widehat{BDA}$ et $\widehat{BCA}$ sont inscrits dans le cercle $\mathscr{C}$ Ils interceptent le même arcs ils sont donc égaux

$\widehat{BID}$ -= $\widehat{CIA}$ et $\widehat{BDA} = \widehat{BCA}$ les triangles $\begin{matrix}BID\\CIA\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles ils sont donc semblables

vrai | **faux** — **Le triangle ABD est semblable au triangle AHC**

B est sur le cercle de diamètre [AD] donc $\widehat{ABD} = 90° = \widehat{AHC}$

On a vu que $\widehat{BDA} = \widehat{HCA}$ donc les triangles $\begin{matrix}ABD\\AHC\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles ils sont donc semblables



vrai | **faux** — **Le triangle AIC est semblable au triangle ABD**

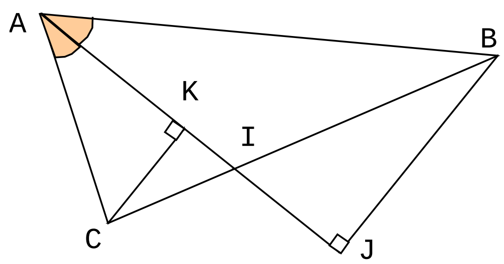
ABD est rectangle et AIC ne l'est pas.

vrai | **faux** — $\mathbf{\frac{AB}{AH} = \frac{AC}{AD}}$

les triangles $\begin{matrix}ABD\\AHC\end{matrix}$ sont semblables donc $\frac{AB}{AH} = \frac{AD}{AC}$

vrai | **faux** — **Aire (ABC) =** $\mathbf{\frac{AB \times AC \times BC}{4\ R}}$

les triangles $\begin{matrix}ABD\\AHC\end{matrix}$ sont semblables donc $\frac{AB}{AH} = \frac{AD}{AC}$ donc $AH = \frac{AB \times AC}{AD} = \frac{AB \times AC}{2\ R}$ car [AD] est un diamètre de $\mathscr{C}$. On a donc $\text{Aire}(ABC) = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{AB \times AC \times BC}{4\ R}$



Question 4

Dans le triangle ABC la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe [BC] en I.
La perpendiculaire à la droite (AI) issue de B coupe la droite (AI) en J.
La perpendiculaire à la droite (AI) issue de C coupe la droite (AI) en K.

vrai | **faux** — **Le triangle ABJ est isométrique au triangle ACK**

$\widehat{AJB} = \widehat{AKC} = 90°$ et $\widehat{BAJ} = \widehat{CAK}$. Les triangles $\begin{matrix}ABJ\\ACK\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles ils sont donc semblables. $\frac{AB}{AC} = \frac{AJ}{AK} = \frac{BJ}{CK} \neq 1$. Ils ne sont pas isométriques.

vrai | **faux** — **Le triangle CIK est semblable au triangle BIJ**

$\widehat{CIK}$ et $\widehat{BIJ}$ sont opposés par le sommet ils sont donc égaux. de plus $\widehat{CKI} = \widehat{IJB} = 90°$. Les triangles $\begin{matrix}CIK\\BIJ\end{matrix}$ ont en commun les mesures de deux angles ils sont donc semblables

vrai | **faux** — $\mathbf{\frac{AB}{AC} = \frac{AJ}{AK}}$

Les triangles $\begin{matrix}ABJ\\ACK\end{matrix}$ sont semblables donc : $\frac{AB}{AC} = \frac{AJ}{AK} = \frac{BJ}{CK}$

vrai | faux — $\mathbf{IK \times IJ = IC \times IB}$

Les triangles $\begin{matrix}CIK\\BIJ\end{matrix}$ sont semblables donc : $\frac{CI}{BI} = \frac{IK}{IJ}$ donc $IK \times BI\ IC \times IJ$