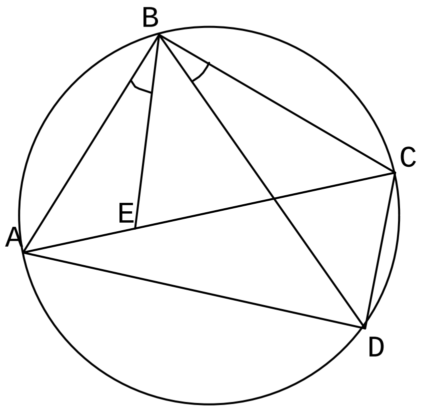


$\boxed{1}$ Le théorème de Ptolémée

Soit un quadrilatère ABCD inscrit dans un cercle ($\mathcal{C}$).
On veut démontrer que : $AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$ (1).
Comme Ptolémée le propose dans sa démonstration, on place E sur [AC] de telle sorte que : $\widehat{ABE} = \widehat{DBC}$.
a) Démontrer que les triangles ABD et EBC sont semblables.
En déduire que $BD \times CE = AD \times BC$.
b) Démontrer que les triangles ABE et DBC sont semblables.
En déduire que $AE \times BD = AB \times CD$.
c) Déduire de ce qui précède la relation (1).

$\boxed{2}$ Soit ABCD un carré de côté 4 cm, I et J sont les milieux respectifs des côtés [CD] et [AD].

Les segments [AI] et [BJ] se coupent en M.

1° Montrer que ABJ et ADI sont isométriques.

2° a) En déduire que AMJ et ADI sont semblables.

b) Calculer $\frac{AJ}{AI}$.

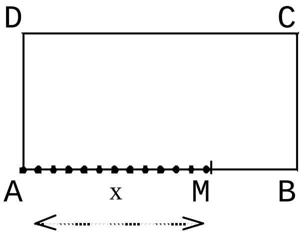
3° a) Calculer l'aire du triangle ADI.

b) En déduire l'aire du triangle AJM puis du quadrilatère BMIC.

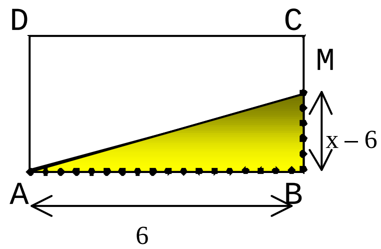
$\boxed{3}$ On considère un rectangle ABCD tel que AB = 6 et CB = 3.

Partant de A, M suit les côtés du rectangle dans le sens $A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow A$.
On note x la longueur du trajet effectué par M et S(x) l'aire de la surface balayée par la droite (AM) .
On distingue alors quatre cas.

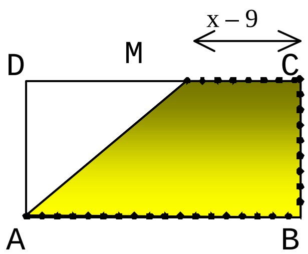
cas où $0 \le x \le 6$



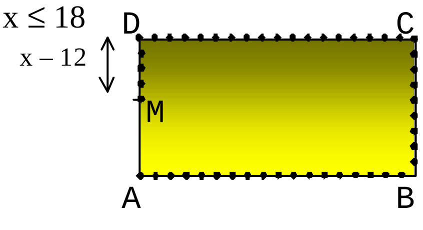
cas où $6 \le x \le 9$



cas où $9 \le x \le 15$



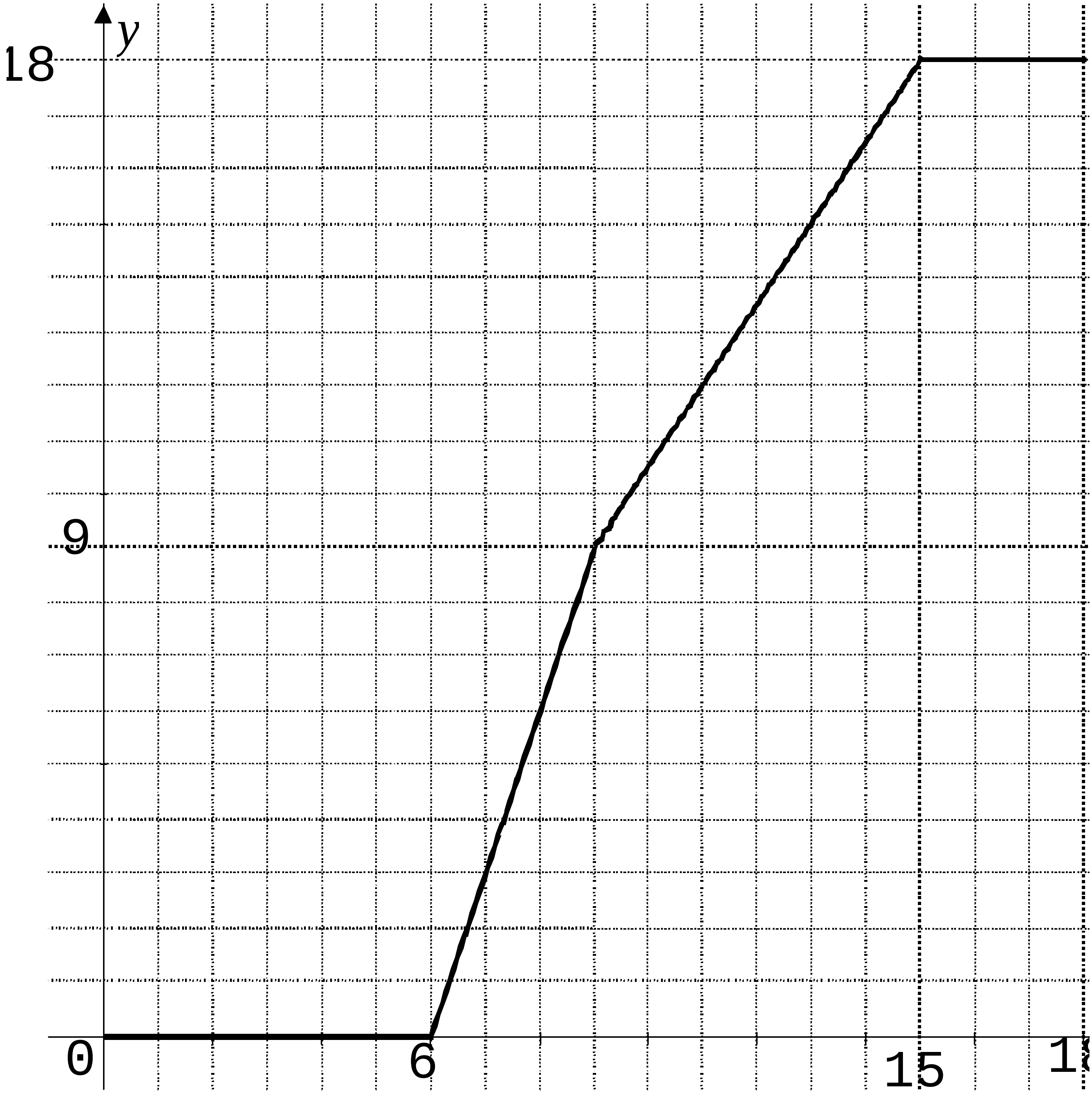
cas où $15 \le x \le 18$



1° calculer S(3), S(7), S(12) et S(15). Déterminer l'ensemble de définition de S.
2° Le graphique ci-joint représente la fonction S.
calculer pour chaque cas décrit plus haut S(x).
(On pourra utiliser le graphique ou calculer directement S(x))
3° Etablir le tableau de variation de S.

4° Soit la fonction g définie sur [0 ; 18] par : $g(x) = 15 - \frac{x}{3}$.

a) Représenter graphiquement g sur le graphique ci-joint.
b) Résoudre graphiquement : $g(x) \le S(x)$
c) Résoudre (par le calcul) l'équation : $g(x) = S(x)$



y
18
9
0
6
15
18