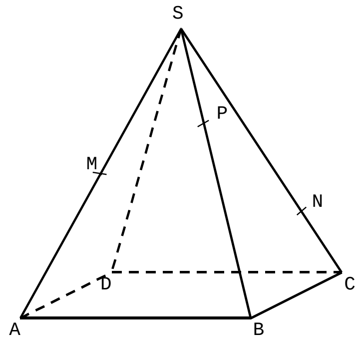


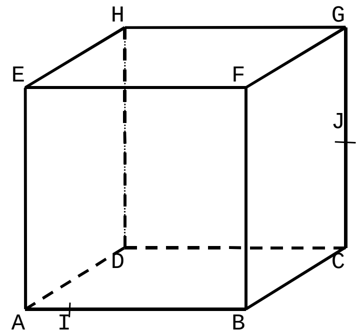
Exercice 1 7 points

SABCD est une pyramide régulière à base carrée.
M est le milieu de [SA],

N est le point de [SC] tel que SN = $\frac{3}{4}$ SC.

P est le point de [SB] tel que SP = $\frac{1}{3}$ SB.

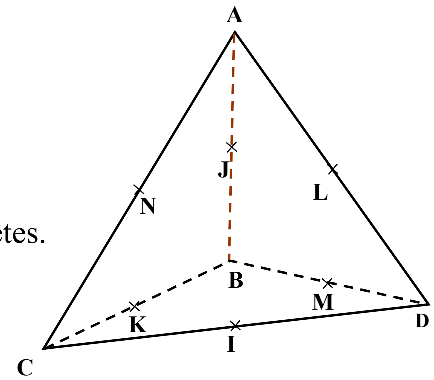
1° a) Justifier que les droites (MN) et (AC) sont sécantes.
Justifier que la droite (MP) coupe la droite (AB) et que la droite (NP) coupe la droite (BC).
b) On note I, J, K, ces points d'intersection. Démontrer que ces trois points sont alignés.
2° a) Déterminer l'intersection des plans (SAB) et et (SDC)
b) Déterminer l'intersection de la droite (MP) et du plan (SDC)
c) Tracer, sans justifier, l'intersection de la droite (NP) et du plan (SAD).
3° Tracer, sans justifier, l'intersection du plan (MNP) avec chacune des faces de la pyramide (SABCD)



Exercice 2 7 points

On considère un cube ABCDEFGH,
I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CG].
1° a) Montrer que les points I et J appartiennent à la fois aux plans (ABJ) et (CGI).
b) Quelle est l'intersection des plans (ABJ) et (CGI).
2° a) Quelle est l'intersection des plans (CGI) et (EFG)
b) Construire, en justifiant, l'intersection de la droite (IJ) et du plan (EFG).
3° Tracer, sans justifier, l'intersection de la droite (IJ) avec le plan (ADH).
4° Dans cette question AB = 4, AI = $\frac{1}{4}$ AB et J est le milieu de [CG].

Calculer la longueur IJ.



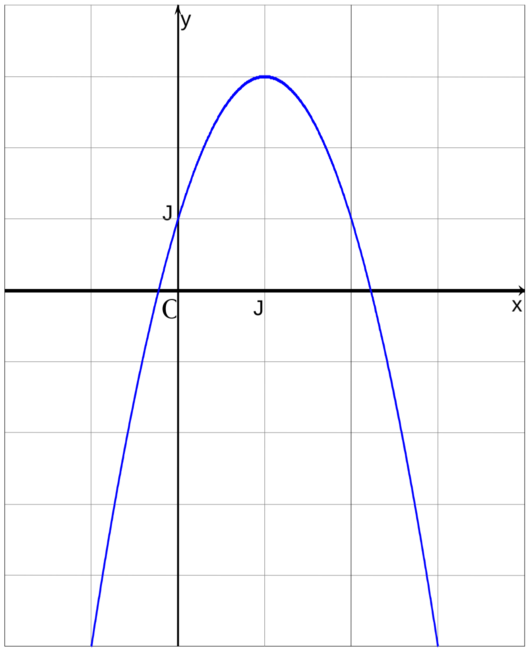
Exercice 3 5 points

Dans le tétraèdre ci-contre, les points I, J, K, L, M et N sont les milieux des arêtes.
Pour chaque ligne cocher la réponse choisie.

I, J, M et N sont alignés	I, J, M et N sont coplanaires non alignés	I, J, M et N sont non coplanaires
Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont parallèles	Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont coplanaires non parallèles	Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont non coplanaires
Les droites (BN) et (CD) sont parallèles	Les droites (BN) et (CD) sont sécantes	Les droites (BN) et (CD) sont non coplanaires
La droite (IK) est parallèle au plan (ABD)	La droite (IK) est parallèle au plan (ACD)	La droite (IK) est parallèle au plan (BCD)
$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' étant deux plans, Si on a : $\mathscr{D} \subset \mathscr{P}$, $\mathscr{D}' \subset \mathscr{P}'$ et $\mathscr{P} \,//\, \mathscr{P}'$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.	$\mathscr{P}$ étant un plan, Si on a : $\mathscr{D}) \,//\, \mathscr{P}$, $\mathscr{D}' \subset \mathscr{P}$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.	$\mathscr{P}$, $\mathscr{P}'$ et Π étant trois plans, Si on a : $\mathscr{D} = \mathscr{P} \cap \Pi$, $\mathscr{D}' = \mathscr{P}' \cap \Pi$ et $\mathscr{P} \,//\, \mathscr{P}'$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.

$\boxed{\text{Exercice 4}}$ 8 points

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.



4

1° Conjecturer les variations de f.

2° Démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2(x-1)^2$.

3° Etudier les variations de f sur $]-\infty ; 1]$.

4° Représenter sur le graphique les solutions de $f(x) = 3$ et $f(x) > 1$ puis résoudre algébriquement ces équations.

5° Soit x un réel compris entre -2 et 0.

a) Encadrer f(x) en utilisant les variations de f.

b) Encadrer $-2x^2$ puix $4x + 1$.

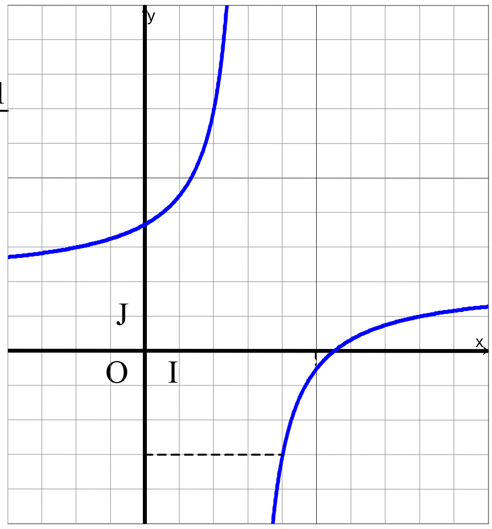
En déduire un encadrement de f(x).

6° Tracer la droite d'équation $y = 4x + 1$.

Représenter sur le graphique les solutions de $f(x) = 4x + 1$ puis résoudre algébriquement cette équation.

$\boxed{\text{Execice 5}}$ 5 points

Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 3[\cup]3 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x - 11}{x - 3}$ dont la courbe représentative ce dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.



1° Conjecturer les variations de f.

2° Démontrer que : pour tout réel x, $f(x) = 2 - \dfrac{5}{x-3}$

3° Démontrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty ; 3[$

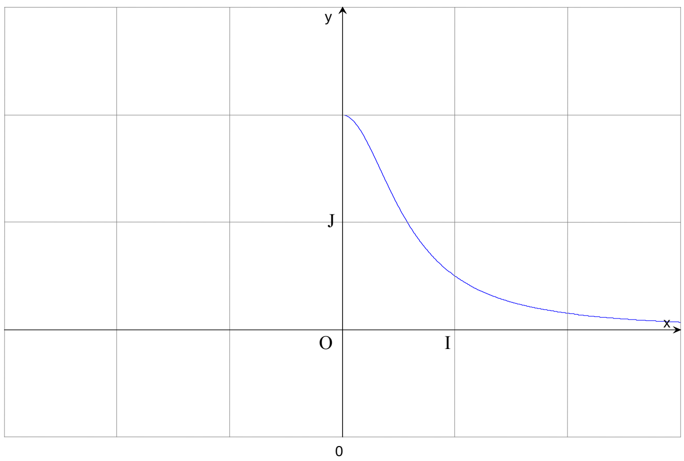
4° Soit x un réel compris entre 4 et 5.

a) A l'aide du graphique encadrer f(x)

b) Encadrer f(x) en utilisant les variations de f.

$\boxed{\text{Exercice 6}}$ 8 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2}{1 + 3x^2}$ dont une partie de la courbe représentative ce dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.



1° Etudier la parité de f.

Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2° Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$.

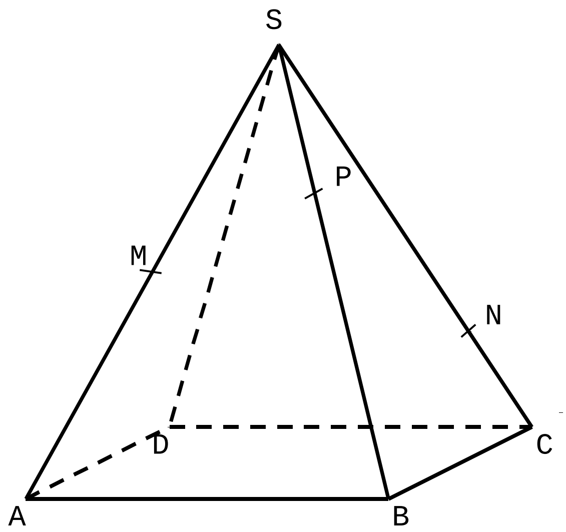
En déduire son sens de variation sur $]-\infty ; 0]$.

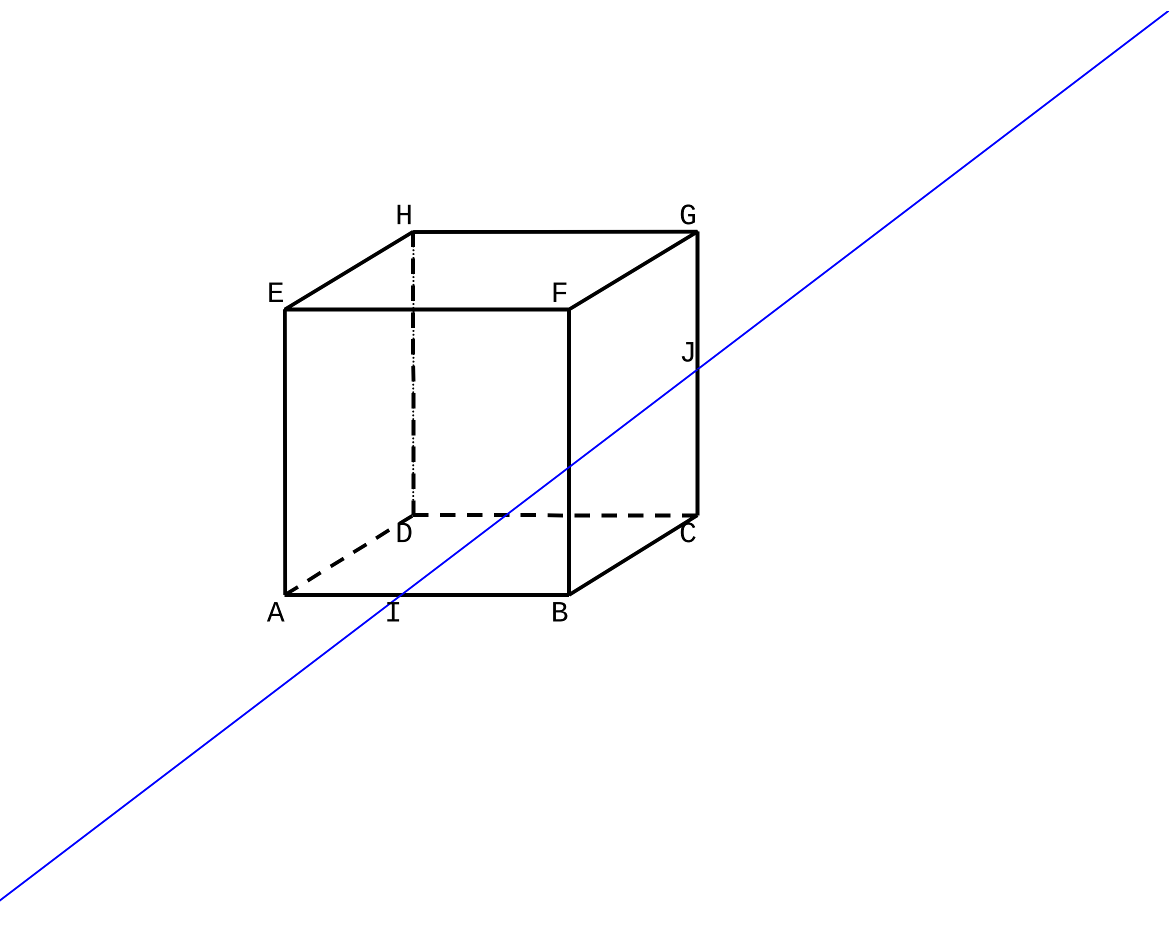
3° Démontrer que : pour tout réel x, $0 < f(x) < \dfrac{2}{x^2}$

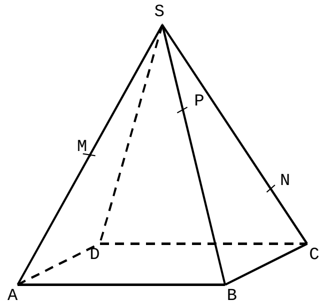
En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la courbe $\mathscr{C}'$ d'équation $y = \dfrac{2}{x^2}$.

4° Compléter la courbe $\mathscr{C}$ et représenter la courbes $\mathscr{C}'$ dans le même repère

Nom____







Exercice 1 **7 points SABCD est une pyramide régulière à base carrée. M est le milieu de [SA], N est le point de [SC] tel que SN = $\frac{3}{4}$ SC.P est le point de [SB] tel que SP = $\frac{1}{3}$ SB. 1° a) Justifier que les droites (MN) et (AC) sont sécantes. Justifier que la droite (MP) coupe la droite (AB) et que la droite (NP) coupe la droite (BC).**

M $\in$ [SA] et (SA) $\subset$ (SAC) donc M $\in$ (SAC)
N $\in$ [SC] et (SC) $\subset$ (SAC) donc N $\in$ (SAC)
Les droites (MN) et (BC) sont contenues dans le plan (SAC)
elles sont donc sécantes ou parallèles. Elles ne sont pas parallèles donc elles sont sécantes
De même les droites (MP) et (AB) sont contenues dans le plan (SAB) elles sont donc sécantes.
De même les droites (NP) et (BC) sont contenues dans le plan (SBC) elles sont donc sécantes.

b) On note I, J, K, ces points d'intersection. Démontrer que ces trois points sont alignés.

I $\in$ (MN) et (MN) $\subset$ (MNP) donc I $\in$ (MNP), J $\in$ (MP) et (MP) $\subset$ (MNP) donc J $\in$ (MNP), K $\in$ (NP) et (NP) $\subset$ (MNP) donc K $\in$ (MNP)
I $\in$ (AC) et (AC) $\subset$ (ABC) donc I $\in$ (ABC), J $\in$ (AB) et (AB) $\subset$ (ABC) donc J $\in$ (ABC), K $\in$ (BC) et (BC) $\subset$ (ABC) donc K $\in$ (ABC)
Les points I, J et K sont à l'intersection des plans (MNP) et (ABC) ils sont donc alignés.

2° a) Déterminer l'intersection des plans (SAB) et et (SDC)

S est à l'intersection des deux plans donc la droite intersection des deux plans passe par S. $\left.\begin{array}{l}(AB) // (CD)\\(AB) \subset (SAB)\\(CD) \subset (SDC)\end{array}\right\}$ donc
d'après le théorème du plan la droite intersection des plans (SAB) et (SDC) est parallèle à (AB) et à (CD).
La droite intersection des plans (SAB) et (SDC) est donc la parallèle à (AB) passant par S. On la note Δ

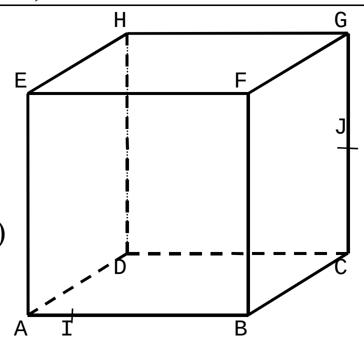
b) Déterminer l'intersection de la droite (MP) et du plan (SDC)

Les droites (MP) et Δ sont contenues dans le plan (SAB) elles se coupent en un point qui est à l'intersection de la droite (MP) et du plan (SDC)

c) Tracer, sans justifier, l'intersection de la droite (NP) et du plan (SAD).

On trace Δ' la parallèle à (AD) passant par S. C'est la droite intersection des plans (SAD) et (SBC).
Dans la plan (SBC) les droites (NP) et Δ' se coupent en un point qui est à l'intersection de la droite (NP) et du plan (SAD)

3° Tracer, sans justifier, l'intersection du plan (MNP) avec chacune des faces de la pyramide (SABCD)



Exercice 2 **7 points On considère un cube ABCDEFGH, I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CG].1° a) Montrer que les points I et J appartiennent à la fois aux plans (ABJ) et (CGI).**

I $\in$ (CGI) et I $\in$ (AB) et (AB) $\subset$ (ABJ) donc I appartient aussi à (ABJ)
J $\in$ (ABJ) et J $\in$ (CG) et (CG) $\subset$ (ICG) donc I appartient aussi à (ICG)

b) Quelle est l'intersection des plans (ABJ) et (CGI).

I et J sont à l'intersection des deux plans donc la droite intersection est la droite (IJ)

2° a) Quelle est l'intersection des plans (CGI) et (EFG)

I' le projeté orthogonal de i sur (EF) donc I' $\in$ (EF)
(II'') // (CG) et (CG) $\subset$ (CGI) donc (II') $\subset$ (CGI) donc I' $\in$ (CGI)
I' est donc à l'intersection des plans (ICG) et (EFG). G est aussi à l'intersection des deux plans donc la droite (GI') est la droite intersection des deux plans (ICG) et (EFG).

b) Construire, en justifiant, l'intersection de la droite (IJ) et du plan (EFG).

Dans le plan (ICG) les droites (IJ) et (CG) se coupent en un point qui est à l'intersection de (IJ) avec (ICG).

3° Tracer, sans justifier, l'intersection de la droite (IJ) avec le plan (ADH).

4° Dans cette question AB = 4, AI = $\frac{1}{4}$ AB et J est le milieu de [CG]. Calculer la longueur IJ.

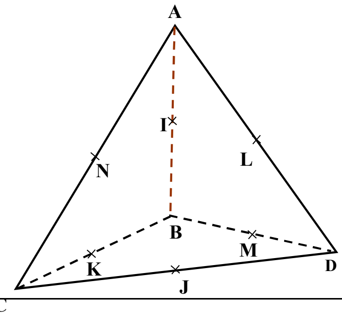
Dans le triangle IBC rectangle en B d'après le théorème de Pythagore on a :

$IC^2 = IB^2 + BC^2 = \left(\frac{3}{4}\times 4\right)^2 + 4^2 = 25$ donc IC = 5

Dans le triangle IJC rectangle en C d'après le théorème de Pythagore on a :
$IJ^2 = IC^2 + CJ^2 = 25 + 2^2 = 29$ donc IJ = $\sqrt{29}$

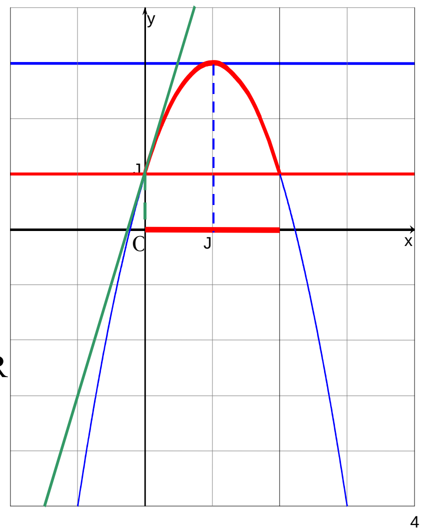
$\boxed{\text{Exercice 3}}$ 5 points

Dans le tétraèdre ci-contre, les points I, J, K, L, M et N sont les milieux des arêtes.
Pour chaque ligne cocher la réponse choisie.



I, J, M et N sont alignés	I, J, M et N sont coplanaires non alignés	I, J, M et N sont non coplanaires
Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont parallèles	Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont coplanaires non parallèles	Les droites (BC), (AD) et (IJ) sont non coplanaires
Les droites (BN) et (CD) sont parallèles	Les droites (BN) et (CD) sont sécantes	Les droites (BN) et (CD) sont non coplanaires
La droite (IK) est parallèle au plan (ABD)	La droite (IK) est parallèle au plan (ACD)	La droite (IK) est parallèle au plan (BCD)
$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' étant deux plans, Si on a : $\mathscr{D} \subset \mathscr{P}$, $\mathscr{D}' \subset \mathscr{P}'$ et $\mathscr{P} // \mathscr{P}'$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.	$\mathscr{P}$ étant un plan, Si on a : $\mathscr{D} // \mathscr{P}$, $\mathscr{D}' \subset \mathscr{P}$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.	$\mathscr{P}$, $\mathscr{P}$' et Π étant trois plans, Si on a : $\mathscr{D} = \mathscr{P} \cap \Pi$, $\mathscr{D}' = \mathscr{P}' \cap \Pi$ et $\mathscr{P} // \mathscr{P}'$ alors les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.

$\boxed{\text{Eexrcice 4}}$ **8 points Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.1° Conjecturer les variations de f.**



f semble croissante sur $]-\infty\ ;\ 1]$

f semble décroissante sur $[1\ ;+\infty[$

2° Démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2(x-1)^2$.

$3 - 2(x-1)^2 = 3 - 2(x^2 - 2x + 1) = 3 - 2x^2 + 4x - 2 = -2x^2 + 4x + 1$

3° Etudier les variations de f sur $]-\infty\ ;\ 1]$.

Si $a < b \leq 1$

alors $a - 1 < b - 1 < 0$ car la fonction $x \longmapsto x - 1$ est croissante sur $\mathbb{R}$

alors $(a-1)^2 > (b-1)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $]-\infty\ ;0]$

alors $-2(a-1)^2 < -2(b-1)^2$ car la fonction $x \longmapsto -2x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

alors $3 - 2(a-1)^2 < 3 - 2(b-1)^2$ car la fonction $x \longmapsto x + 3$ est croissante sur $\mathbb{R}$

Conclusion : si $a < b < 1$ alors $f(a) < f(b)$ donc f est croissante sur $]-\infty\ ;\ 1]$

4° Représenter sur le graphique les solutions de $f(x) = 3$ et $f(x) > 1$ puis résoudre algébriquement ces équations.

$f(x) = 3 \Leftrightarrow 3 - 2(x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$f(x) > 1 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x + 1 > 1 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow 2x(2-x) > 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
2 x		–	0	+		+	
2 – x		+		+	0	–	
Q(x)		–	0	+	0	–	

$\boxed{S =]0\ ,2[}$

5° Soit x un réel compris entre – 2 et 0. a) Encadrer f(x) en utilisant les variations de f.

$-2 < x < 0 \leq 1$ donc $f(-2) < f(x) < f(0)$ car la fonction f est croissante sur $]-\infty\ ;\ 1]$

$f(-2) = 3 - 2(-2-1)^2 = 3 - 2 \times 9 = -15$ et $f(0) = -2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1 = 1$

On a donc : $\boxed{-15 < f(x) < 1}$

b) Encadrer $-2x^2$ puis $4x + 1$. En déduire un encadrement de f(x).

$-2 < x < 0$ donc $(-2)^2 > x^2 > 0^2$ car $x \longmapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$

donc $-2 \times 4 < -2x^2 < -2 \times 0$ car $x \longmapsto -2x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$

donc $-8 < -2x^2 < 0$

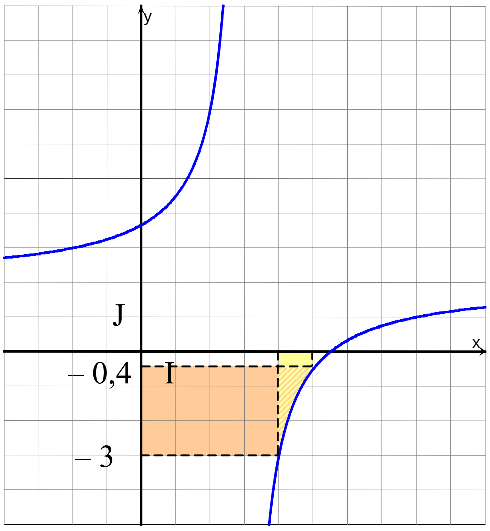
$-2 < x < 0$ donc $-2 \times 4 + 1 < 4x + 1 < 4 \times 0 + 1$ car $x \longmapsto 4x + 1$ est croissante sur $\mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} -8 < -2x^2 < 0 \\ -7 < 4x + 1 < 1 \end{array}\right\} \text{donc } -8 - 7 < -2x^2 + 4x + 1 < 0 + 1 \text{ donc } -15 < f(x) < 1$$

6° Tracer la droite d'équation $y = 4x + 1$. Représenter sur le graphique les solutions de $f(x) = 4x + 1$ puis résoudre algébriquement cette équation.

$f(x) = 4x + 1 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x + 1 = 4x + 1 \Leftrightarrow -2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Execice 5 **5 points Soit f la fonction définie sur]– ∞ ; 3 [∪] 3 ; + ∞ [par $f(x) = \frac{2x - 11}{x - 3}$ dont la courbe représentative ce dans un repère orthonormé est donnée ci-contre. 1° Conjecturer les variations de f.**



f semble croissante sur] – ∞ , 3 [

f semble croissante sur] 3 , + ∞ [

2° Démontrer que : pour tout réel x, $f(x) = 2 - \frac{5}{x-3}$

$$2 - \frac{5}{x-3} = \frac{2(x-3) - 5}{x-3} = \frac{2x - 6 - 5}{x-3} = \frac{2x - 11}{x-3} = f(x)$$

3° Démontrer que la fonction f est croissante sur] – ∞ ; 3 [

Si $a < b < 3$

alors $a - 3 < b - 3 < 0$ car la fonction $x \longmapsto x - 3$ est croissante sur ℝ

alors $\frac{1}{x-3} > \frac{1}{b-3}$ car la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur] – ∞ ; 0 [

alors $2 - \frac{5}{x-3} > 2 - \frac{5}{x-3}$ car la fonction $x \longmapsto 2 - 5x$ est décroissante sur ℝ.

Conclusion : si $a < b < 3$ alors $f(a) < f(b)$ donc f est croissante sur] – ∞ ; 3 [

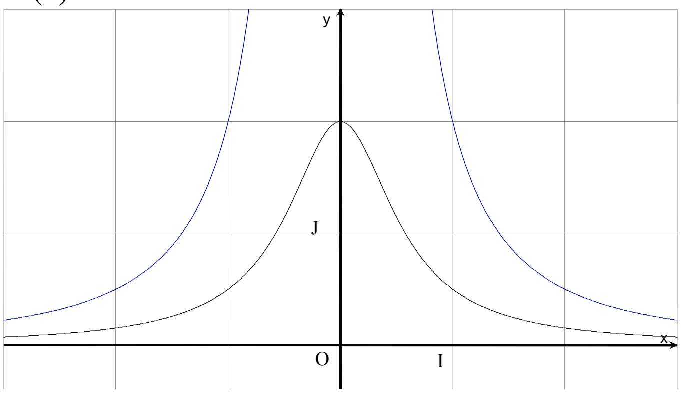
4° Soit x un réel compris entre 4 et 5. a) A l'aide du graphique encadrer f(x)
b) Encadrer f(x) en utilisant les variations de f.

f est croissante sur] 3 ; + ∞ [donc si $4 < x < 5$ alors $f(4) < f(x) < f(5)$

$f(4) = \frac{2 \times 4 - 11}{4 - 3} = -3$ et $f(5) = \frac{2 \times 5 - 11}{5 - 3} = -\frac{1}{2}$

On a donc $-3 < f(x) < -0{,}5$.

Exercice 6 **8 points Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = \frac{2}{1 + 3x^2}$ dont une partie de la courbe représentative ce dans un repère orthonormé est donnée ci-contre. 1° Etudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?**



- ℝ est symétrique par rapport à 0
- pour tout réel x : $f(-x) = \frac{2}{1 + 3 \times (-x)^2} = \frac{2}{1 + 3x^2} = f(x)$

f est paire et sa représentation graphique est donc symétrique par rapport à O

2° Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur [0 ; + ∞ [. En déduire son sens de variation sur] – ∞ ; 0].

Si $0 \le a < b$ alors $0 \le a^2 < b^2$ car $x \longmapsto x^2$ est croissante sur [0 ; + ∞ [

alors $0 < 1 + 3 \times 0 \le 1 + 3a^2 < 1 + 3b^2$ car la fonction $x \longmapsto 3x + 1$ est croissante sur ℝ

alors $\frac{1}{1 + 3a^2} > \frac{1}{1 + 3b^2}$ car la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur] 0 ; + ∞ [

alors $\frac{2}{1 + 3a^2} > \frac{2}{1 + 3b^2}$ car la fonction $x \longmapsto 2x$ est croissante sur ℝ.

Conclusion : si $0 \le a < b$ alors $f(a) > f(b)$ donc f est décroissante sur [0 ; + ∞ [

par symétrie autour de O on peut dire que f est croissante sur] – ∞ ; 0 [

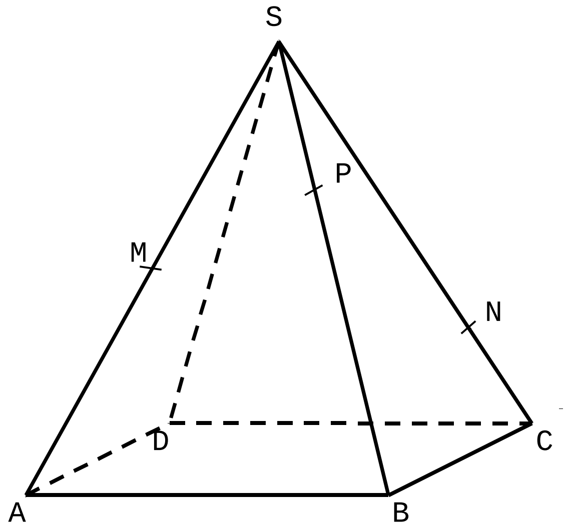
3° Démontrer que : pour tout réel x, $0 < f(x) < \frac{2}{x^2}$ En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la courbe $\mathscr{C}$ ' d'équation $y = \frac{2}{x^2}$. pour tout réel x, $x^2 \ge 0$ donc $1 + 3x^2 \ge 1 + 3 \times 0 > 0$

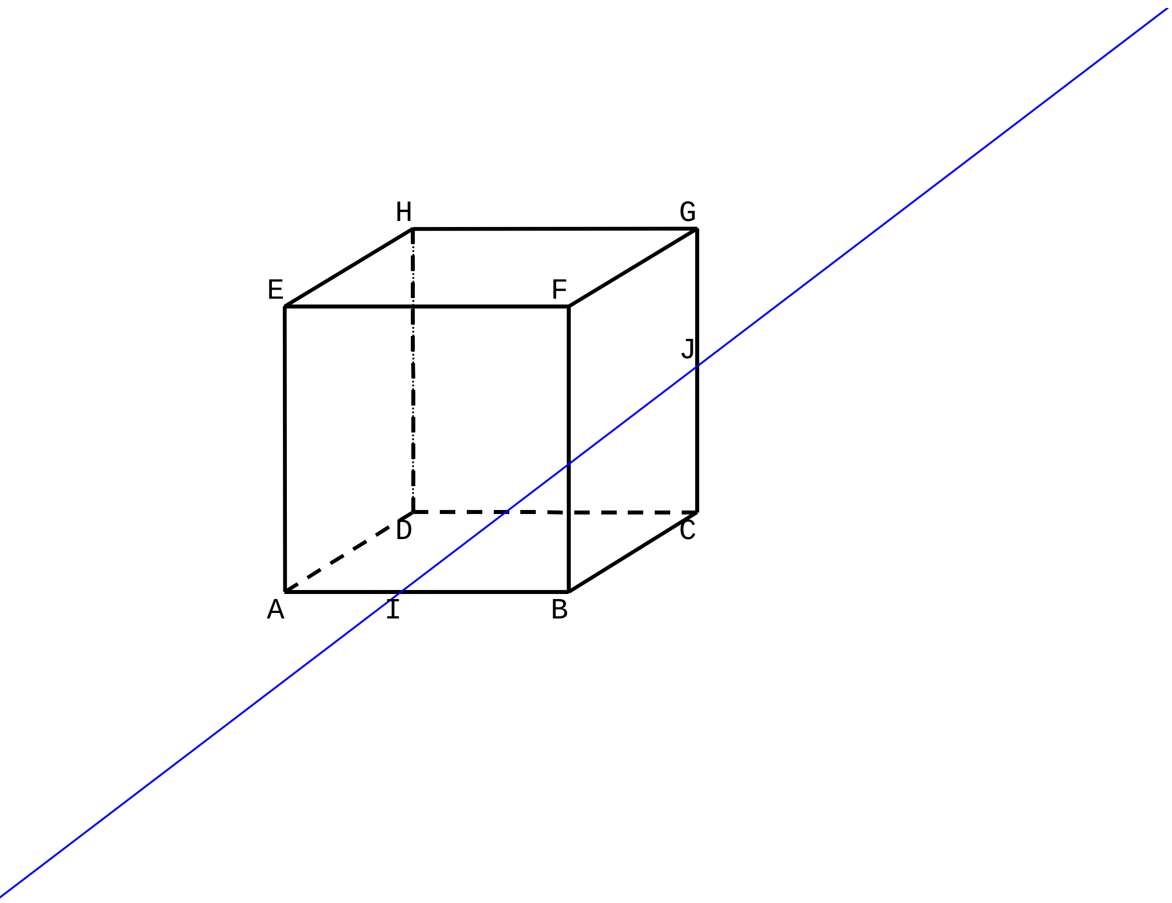
Pour tout réel x $1 + 3x^2 - x^2 \ge 0$ donc $1 + 3x^2 \ge x^2$ donc $\frac{2}{1 + 3x^2} \le \frac{2}{x^2}$

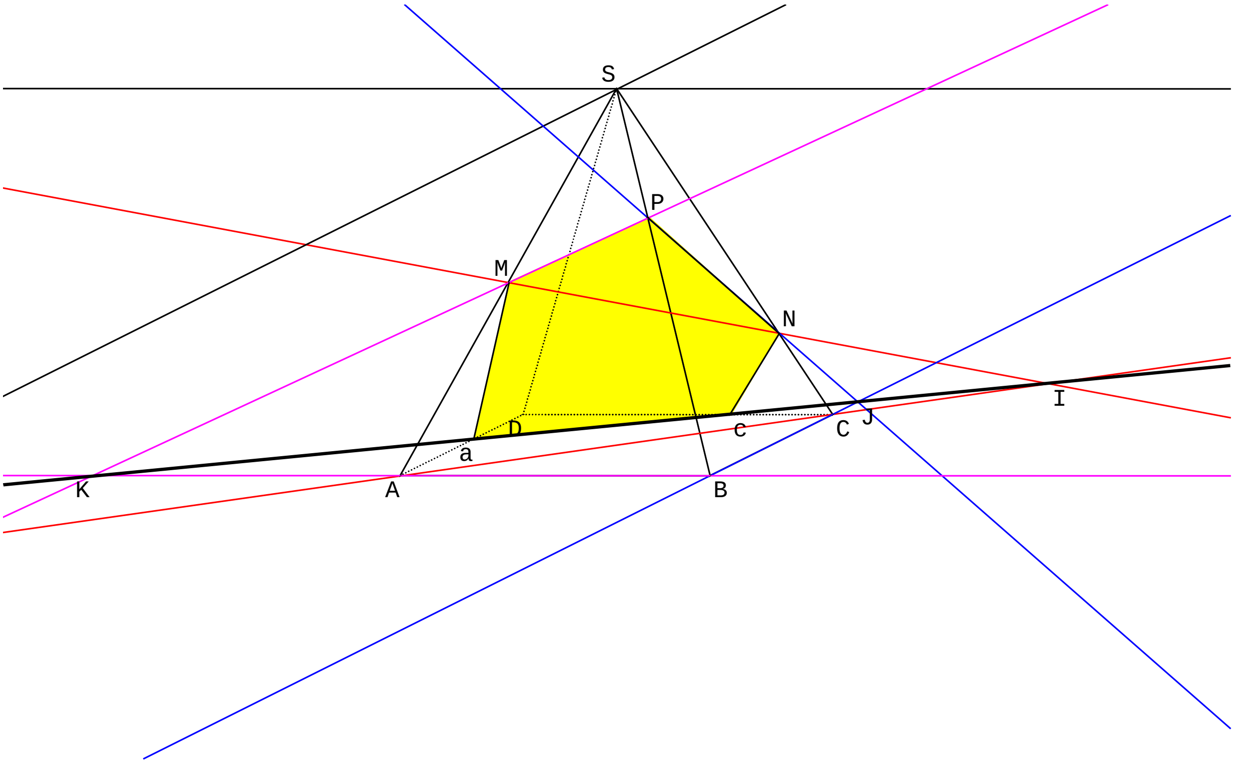
On a donc bien, pour tout réel x, $0 < f(x) \le \frac{2}{x^2}$ donc $\mathscr{C}_f$ est au dessus de l'axe des abscisses et au dessous de la représentation graphique de $x \longmapsto \frac{1}{x^2}$

4° Compléter la courbe $\mathscr{C}$ et représenter la courbes $\mathscr{C}$ ' dans le même repère

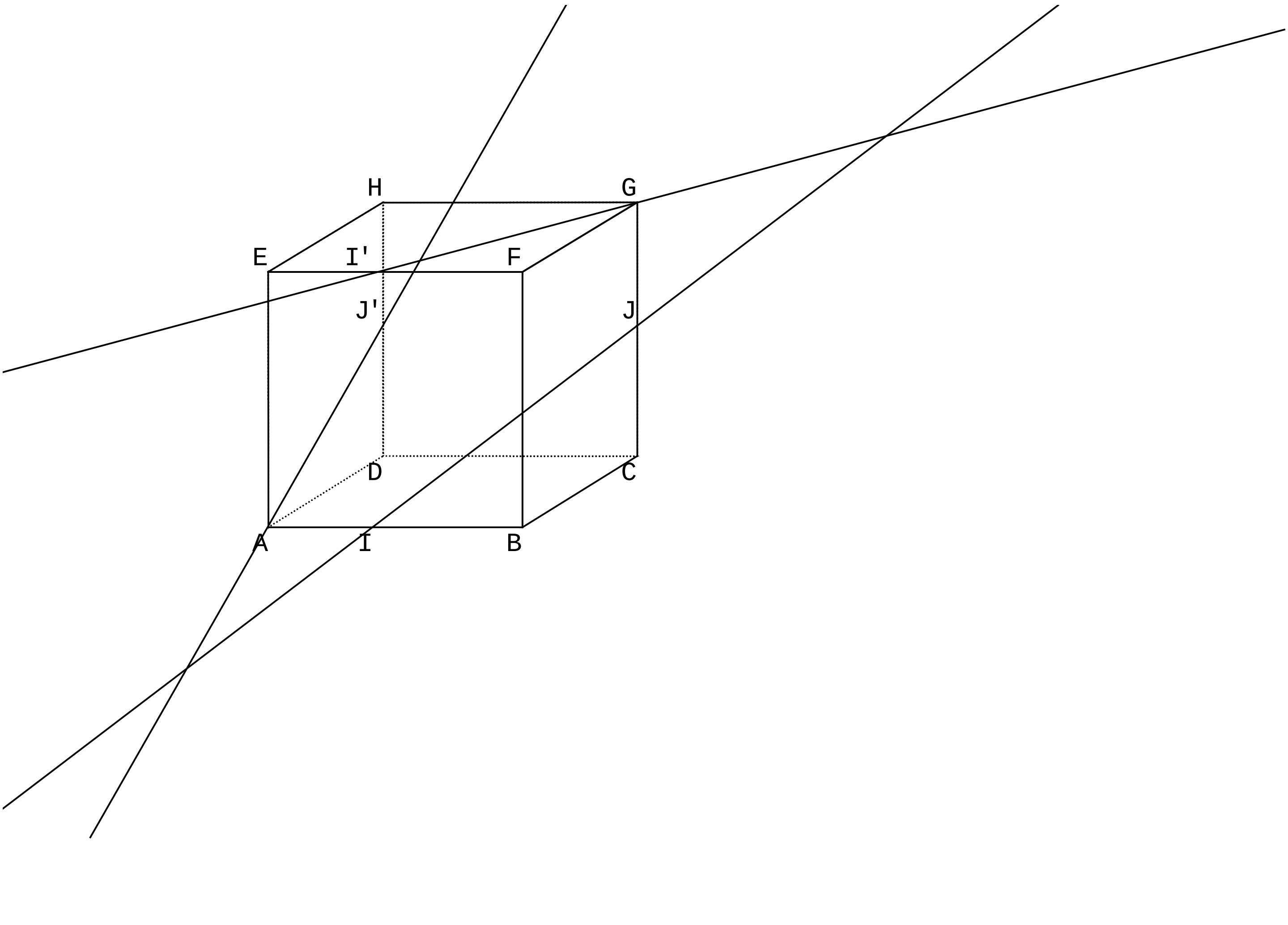
Nom____







S
P
M
N
I
J
D
c
C
a
K
A
B



H
G
E
I'
F
J'
J
D
C
A
I
B