Exercice 1 5 POINTS

Soit ABCD un parallélogramme et soit les points M,N et P définis par

$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{CP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

1° Construire les points M, N et P sur la figure ci-dessous.

2° on veut démontrer que les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

On propose deux méthode au choix

Méthode A

a) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

b) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$?

c) Conclure

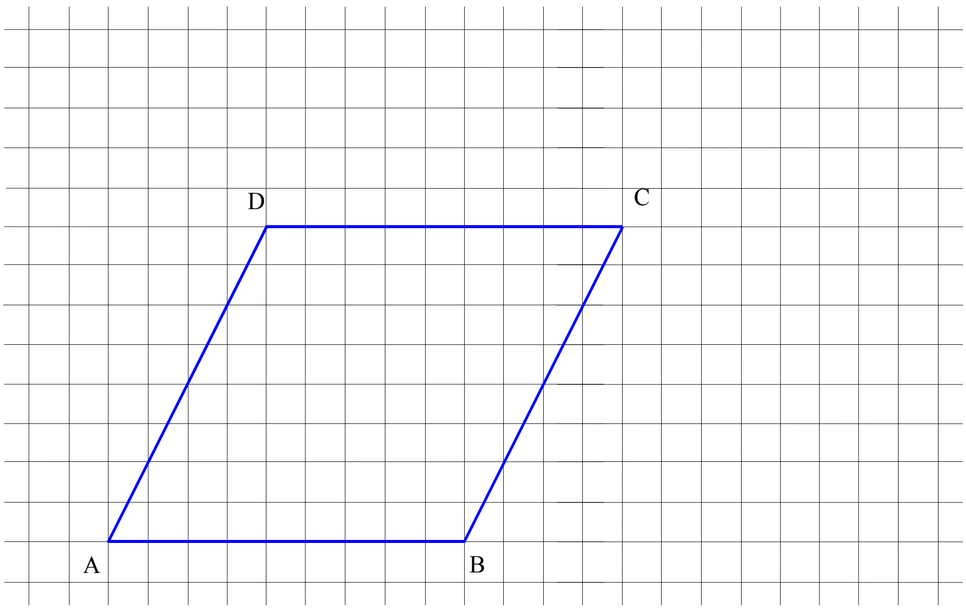
Méthode B

On se place dans le repère (A , $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

a) Donner (sans justification) les coordonnées des points A, B, C et D.

b) Calculer les coordonnées des points M, N et P.

c) Conclure.



Exercice 2 9 POINTS

Dans un repère orthonormal (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on donne les points :

A(5 ; 4), B(– 1 ; 6) et C(– 3 ; 1)

1° a) Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. déterminer les coordonnées de D.

b) Calculer les coordonnées du point I centre du parallélogramme ABCD.

c) Le point F est le symétrique du point C par rapport au point E(– 2 ; – 1). Calculer les coordonnées de F.

d) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{FA}$. Que remarque-t-on ? Pouvait-on prévoir ce résultat.

2° Soit le point M défini par : $\overrightarrow{AM} + 3\,\overrightarrow{DM} = \vec{0}$.

a) Calculer les coordonnées du point M.

b) Les points M, I et D sont-alignés ?

Exercice 3 au choix 6 POINTS

Choix A : statistiques.

Pour contrôler une fabrication de plaques, on prélève dans la production et on mesure un échantillon de 100 plaques d'épaisseur nominale 3 mm.

Le tableau ci-dessous (pour info) donne les 100 mesures obtenues triées par ordre croissant.

2,687	2,87	2,901	2,919	2,94	2,951	2,976	2,983	3,005	3,015	3,022	3,036	3,045	3,067	3,083	3,106	3,14
2,768	2,871	2,902	2,923	2,941	2,953	2,976	2,996	3,005	3,015	3,023	3,036	3,051	3,07	3,088	3,106	3,2
2,795	2,881	2,905	2,925	2,942	2,954	2,98	2,996	3,006	3,016	3,023	3,038	3,051	3,072	3,088	3,108	3,235
2,844	2,891	2,905	2,934	2,943	2,957	2,981	2,998	3,006	3,017	3,025	3,04	3,052	3,073	3,092	3,114	3,249
2,848	2,896	2,909	2,936	2,946	2,961	2,981	2,998	3,008	3,019	3,027	3,042	3,062	3,081	3,097	3,121	
2,852	2,897	2,91	2,939	2,951	2,963	2,981	3,003	3,014	3,021	3,029	3,043	3,062	3,083	3,099	3,128	

1° Compléter le tableau ci-dessous :

Classe	[2,6 ; 2,7 [	[2,7 ; 2,8 [	[2,8 ; 2,9 [	[2,9 ; 3 [	[3 ; 3,1 [	[3,1 ; 3,2 [	[3,2 ; 3,3 [
Effectifs	1	2	9	35	43	7	3
Effectifs cumulés croissants							

2° Déterminer la **classe modale** de cette série et son **étendue.**

3° Déterminer la **classe médiane** de cette série.

4° On donne ci-contre la courbe des effectifs cumulés croissants. (La répartition étant supposée régulière dans chaque classe)

par lecture graphique déterminer la **médiane** de la série.

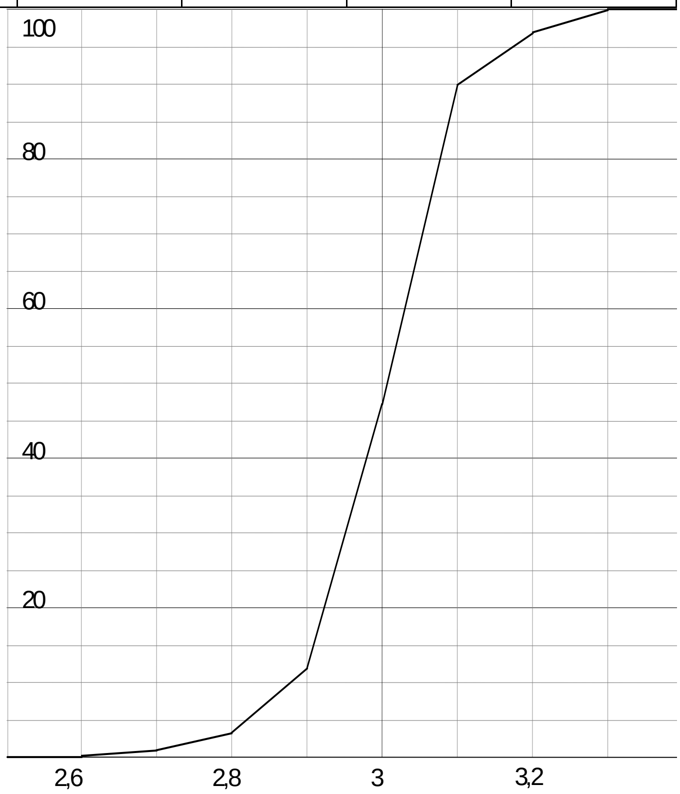
5° Peut-on affirmer qu'au moins 95% des plaques ont une épaisseur comprise entre 2,7 et 3,1 ?

Justifier votre réponse.

6° Pour qu'une plaque soit conforme au cahier des charges il faut que son épaisseur en mm " e " vérifie :

$| e - 3 | \leq 0,15$.

En utilisant le graphique déterminer le pourcentage de plaques vérifient cette condition ?



Choix B : fonctions.

1° Soit la fonction définie sur [– 5 , 5] par : $f(x) = \dfrac{3x^2}{2x^2 + 1}$.

a) Déterminer l'image de 1 par f.

b) Déterminer les antécédents de 1 par f.

c) Le réel – 2 a-t-il des antécédents ?

2° Soit g une fonction et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

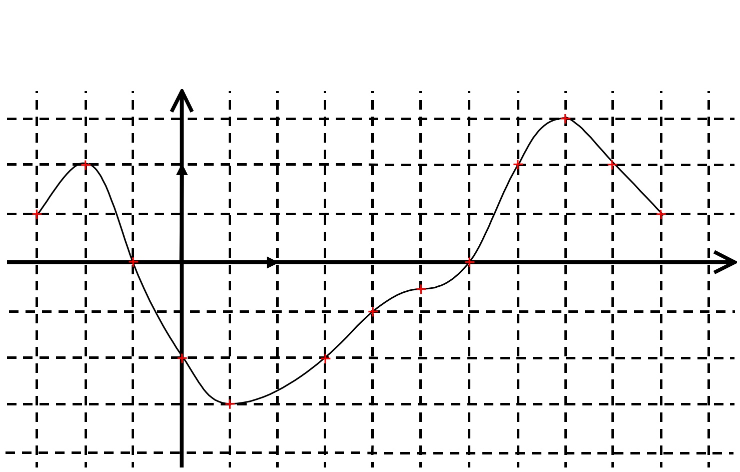
a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?

b) Déterminer graphiquement les antécédents de 1

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

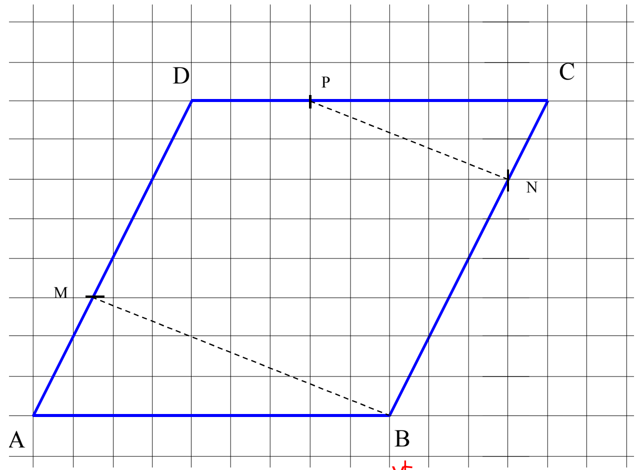
3° petit QCM : Entourer la bonne réponse.

Peut-on dire que :



	vrai	faux
$f(3) < f(-1)$		
Si $x \in [-1 ; 3]$ alors $f(x) \in [0 ; 1]$		
$f(-1) = 0$		

Exercice 1. 1°



2° méthode A

a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \boxed{-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}}$

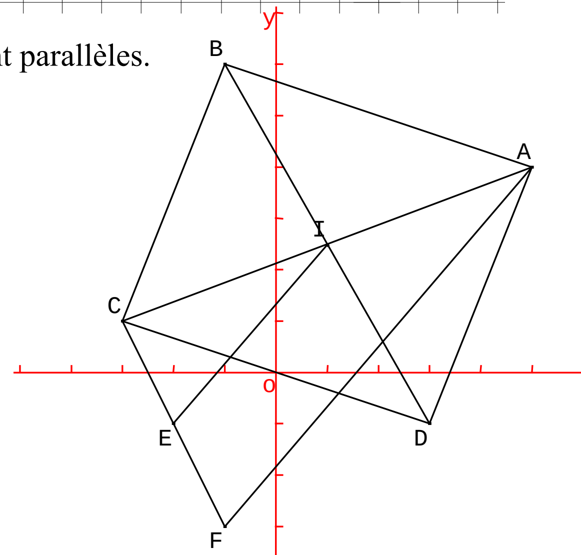
$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \boxed{\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}}$

b) $\overrightarrow{PN} = -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AD}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$

Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires .

c) Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires et les droites (PN) et (BM) sont parallèles.



méthode B

a) A(0 , 0), B(1 , 0), C(1 , 1) et D(0 , 1)

b) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{M\left(0\,,\frac{3}{8}\right)}$

$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{3}{4}(1 - 1) \\ y - 0 = \frac{3}{4}(1 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$ $\boxed{N\left(1\,,\frac{3}{4}\right)}$

$\overrightarrow{CP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3}(0 - 1) \\ y - 1 = \frac{2}{3}(1 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \end{cases}$ $\boxed{P\left(\frac{1}{3}\,, 1\right)}$

c) $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} 0-1 \\ 3/8-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix} 1-1/3 \\ 3/4-1 \end{pmatrix}$ on a $(0 - 1) \times \left(\frac{3}{4} - 1\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{8} = -1 \times \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0.$

Les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ sont colinéaires donc les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

Exercice 2 A(5 ; 4), B(– 1 ; 6) et C(– 3 ; 1) E(– 2 ; – 1).

1° a) ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 5 + 1 \\ y - 1 = 4 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ $\boxed{D(3\,, -1)}$

b) I milieu de [AC] : $x_I = \frac{5-3}{2}$ et $y_I = \frac{4+1}{2}$ $\boxed{I\left(1\,,\frac{5}{2}\right)}$

c) E est le milieu de [CF] donc $\overrightarrow{CF} = 2\,\overrightarrow{CE} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 2 \times (-2 + 3) \\ y - 1 = 2 \times (-1 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$ $\boxed{F(-1\,, -3)}$

d) $\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} 1+2 \\ 5/2+1 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} 3 \\ 7/2 \end{pmatrix}}$ et $\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix} 5+1 \\ 4+3 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}}$. On a : $\boxed{\overrightarrow{FA} = 2\,\overrightarrow{EI}}$

Dans le triangle ACF on peut appliquer le théorème des milieux et obtenir le résultat.

$\left.\begin{array}{l} \text{I milieu de [AC]} \\ \text{E milieu de [CF]} \end{array}\right\}$ donc (EI) // (AF) et AF = 2 EI.

Comme $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{FA}$ sont de même sens on a : $\boxed{\overrightarrow{FA} = 2\,\overrightarrow{EI}}$

2° a) $\overrightarrow{AM} + 3\,\overrightarrow{DM} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 + 3\,(x - 3) = 0 \\ y - 4 + 3\,(y + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\,x = 5 + 9 \\ 4\,y = 4 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$ $M\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{4}\right)$

b) $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} 7/2-3 \\ 1/4+1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} 1/2 \\ 5/4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} 1-3 \\ 5/2+1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} -2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} - \frac{5}{4} \times (-2) = \frac{7}{4} + \frac{5}{2} \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DI}$ ne sont pas colinéaires donc les points M, I et d ne sont pas alignés.

1° Compléter le tableau ci-dessous :

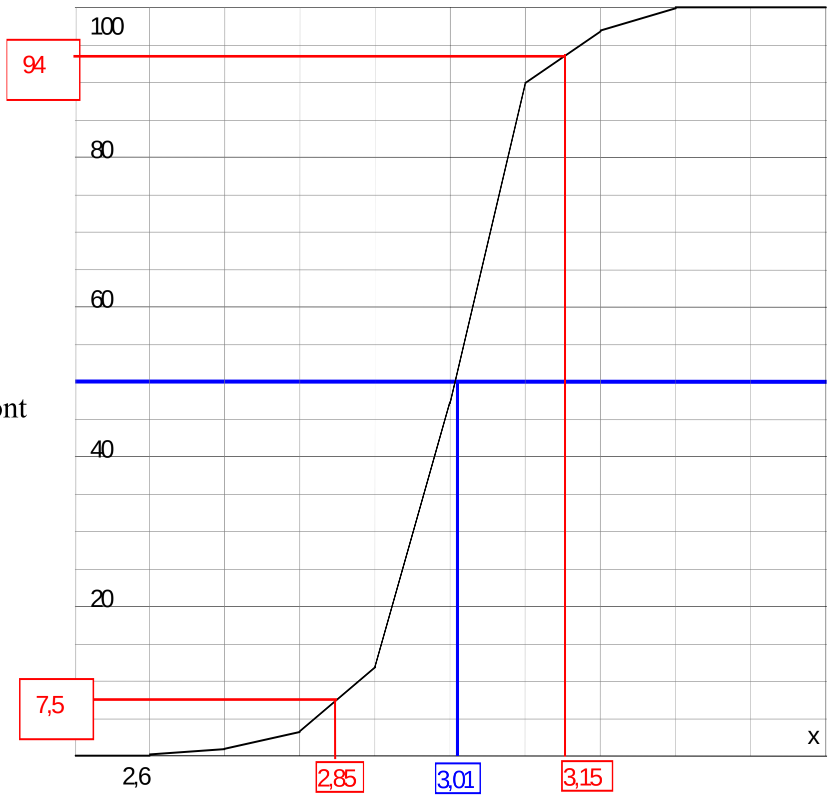
Classe	[2,6 ; 2,7 [	[2,7 ; 2,8 [	[2,8 ; 2,9 [	[2,9 ; 3 [	[3 ; 3,1 [	[3,1 ; 3,2 [	[3,2 ; 3,3 [
Effectifs	1	2	9	35	43	7	3
Effectifs cumulés	**1**	**3**	**12**	**47**	**90**	**97**	**100**

2° **classe modale** **[3 . 3,1 [**

étendue 3,3 – 2,6 = **0,7**

3° **classe médiane** **[3 . 3,1 [**

4° **médiane** **3,01**



5° non 2 + 9 + 35 + 43 = 89. **89 %** des plaques ont une épaisseur comprise entre 2,7 et 3,1

6° $| e - 3 | \leq 0{,}15 \Leftrightarrow 3 - 0{,}15 \leq e \leq 3 + 0{,}15$.

$\boxed{\mathbf{2{,}85 \leq e \leq 3{,}15}}$ 94 – 7,5 = **87,5**

87,5 % des plaques vérifient cette condition ?

Choix B : fonctions.

1° a) Image de 1 : $f(1) = \dfrac{3 \times 1^2}{2 \times 1^2 + 1} = \boxed{\mathbf{1}}$

b) Antécédents de 1 par f.

$f(x) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{3\,x^2}{2\,x^2 + 1} = 1$

$\Leftrightarrow 3\,x^2 = 2\,x^2 + 1$ $\quad(2\,x^2 + 1 \neq 0)$

$\Leftrightarrow x^2 = 1$

$\Leftrightarrow$ **x = 1 ou x = –1.**

c) Antécédent de – 2 : Pour tout réel x, f(x) > 0 donc – 2 n'a pas d'antécédent.

2° a) Ensemble de définition de la fonction g : **[– 1,5 . 5]**

b) Antécédents de 1 : **– 1, 3,5 et 4,5.**

c) $f(x) \leq 0$. **S = [– 0,5 . 3]**

3°

	vrai	faux
f(3) < f(– 1)	**vrai**	
Si x ∈ [– 1 ; 3] alors f(x) ∈ [0 ; 1]		**faux**
f(– 1) = 0	**faux**