Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1° Placer les points A $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$, B (0 , 3), C (– 1 , 0), D (0 , – 3) et E(– 3 , 6).

On complétera la figure au fur et à mesure.
Les questions suivantes sont, dans une large mesure, indépendantes

2° a) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) et celle de la droite (CD).
b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD)
c) Démontrer que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

3° a) Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ passant par E (– 3 , 6) et parallèle à la droite (AD)
b) Soit F (α , 3) où α est un réel. Déterminer α pour que F appartienne à la droite $\mathscr{D}$.
c) Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}'$ passant par D de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.
Démontrer que F est un point de $\mathscr{D}'$.

4° Soit $\mathscr{D}''$ la droite d'équation : $y = -\frac{3}{2}x + 3$.
a) Déterminer le coefficient directeur de $\mathscr{D}$ et donner un vecteur directeur de $\mathscr{D}''$
b) Tracer la droite $\mathscr{D}''$
c) Le point A appartient-il à la droite $\mathscr{D}''$? et le point B ?
d) Résoudre le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$

5° Soit le point G défini par : $2\,\overrightarrow{GA} - 3\,\overrightarrow{GB} + 2\,\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ et I le milieu de [AC].
a) calculer les coordonnées de I.
b) On veut démontrer que le point G appartient à la droite (BI).
On propose deux méthodes.

1ière méthode	2ième méthode
• Déterminer les coordonnées du point G. • Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BI}$ • Conclure	• Exprimer $\overrightarrow{GB}$ en fonction de $\overrightarrow{GI}$ • Conclure

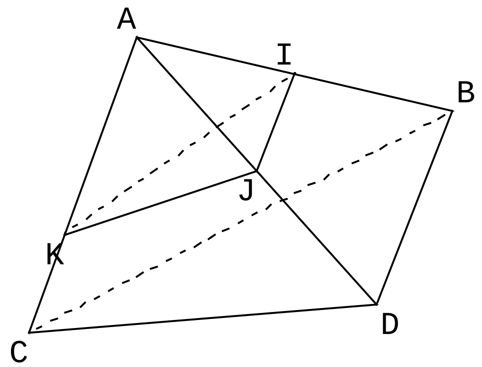
Nom____

Cet exercice se présente comme un questionnaire à choix multiples (QCM).
Les trois questions sont indépendantes.
Pour chaque question il y a deux conclusions correctes. Le candidat doit cocher au plus deux cases (celles qu'il juge correctes). Aucune justification n'est demandée.
A chaque question est affecté un certain nombre de points. Chaque réponse exacte rapporte la moitié des points affectés ; chaque réponse fausse enlève le quart des points affectés.
Cocher trois cases ou plus à une question, ou n'en cocher aucune, rapporte zéro point à cette question.
Si, par application de ce barème, le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à zéro.

$\boxed{1}$ ABCD est un tétraèdre.

I est le milieu de [AB] et J celui de [AD]

K est le point du segment [AC] vérifiant : $AK = \frac{2}{3} AC$



☐ Les droites (I J) et (CD) sont sécantes.

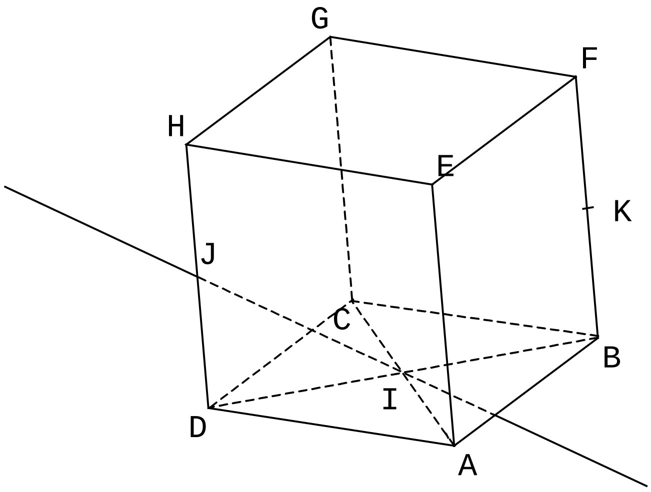
☐ Les droites (I J) et (BD) sont parallèles

☐ La droite (I J) coupe le plan (BCD)

☐ Les droites (KI) et (CB) sont sécantes.

$\boxed{2}$ ABCDEFGH est un cube.

I est le milieu de [AC], J celui de [DG] et K celui de [BF]



☐ Le triangle EGK est rectangle.

☐ Le triangle I J K est isocèle

☐ Le quadrilatère DBKJ est un rectangle.

☐ La droite (IJ) est parallèle au plan (BCF)

$\boxed{3}$ ABCD est un tétraèdre

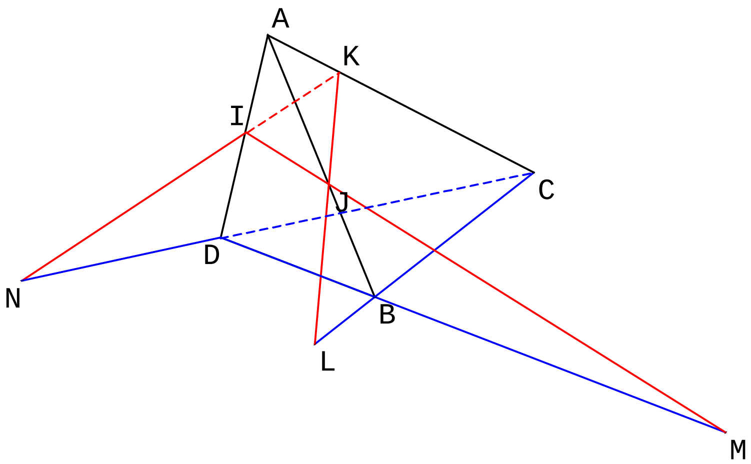
I est un point de [AD]
J est un point de [AB]
K un point de [AC]

☐ I JK est un triangle équilatéral.

☐ La droite (JK) coupe le plan (BCD) en L

☐ La droite (CB) coupe le plan (IJK) en B.

☐ Les points L, M et N sont alignés.



2° a) $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3/2 \\ 3/2 \end{pmatrix}$ colinéaire à $\vec{w}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$M \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\Leftrightarrow x \times 1 - (y-3) \times (-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{y = -x + 3}$

$M \in (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow (x+1) \times (-3) - y = 0 \Leftrightarrow \boxed{y = -3x - 3}$.

b) $M \in (AB) \cap (CD) \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ y = -3x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3x + 3 + 3 = 0 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{x = -3} \\ \mathbf{y = 6} \end{cases}$

c) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -3/2 \\ -9/2 \end{pmatrix}$ On a : $\boxed{\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}.}$

3° a) $M \in \mathscr{D} \Leftrightarrow \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -3/2 \\ -9/2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 3(x+3) - (y-6) = 0 \Leftrightarrow \boxed{y = 3x + 15}$

b) $F \in \mathscr{D} \Leftrightarrow 3 = 3 \times \alpha + 15 \Leftrightarrow \alpha = \frac{3-15}{3} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = -4}$ $\boxed{F(-4, 3)}$.

c) $M \in \mathscr{D}' \Leftrightarrow \overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} x \\ y+3 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow -3x - 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - 3}$

$F(-4, 3)$. $-\frac{3}{2} \times (-4) - 3 = 6 - 3 = 3$ donc $F \in \mathscr{D}'$

4° a) coefficient directeur de $\mathscr{D}''$: $\boxed{-\frac{3}{2}}$ vecteur directeur : $\vec{u_1}\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{-3/2} \end{pmatrix}$ ou $\vec{u_2}\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

c) $-\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} + 3 \neq \frac{3}{2}$ donc $\boxed{A \notin \mathscr{D}''}$

$-\frac{3}{2} \times 0 + 3 = 3$ donc $\boxed{B \in \mathscr{D}''}$.

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 0 \end{cases}$ $\boxed{S = \{(0, 3)\}}$

5° $x_I = \frac{3/2 - 1}{2} = \frac{1}{4}$ et $y_I = \frac{3/2 + 0}{2} = \frac{3}{4}$ $\boxed{I\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)}$

b) 1ière méthode: $\overrightarrow{GA}\begin{pmatrix} x - 3/2 \\ y - 3/2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix} x - 0 \\ y - 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GC}\begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix}$

Coordonnées de G : $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 - 3x + 2x + 2 = 0 \\ 2y - 3 - 3y + 9 + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -6 \end{cases}$ $\boxed{G(1, -6)}$

Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BI}$: $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 1 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} 1/4 \\ -9/4 \end{pmatrix}$.

Conclusion : $\overrightarrow{BG} = 4\overrightarrow{BI}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires donc $G \in (BI)$

2ième méthode :

$\overrightarrow{GB}$ en fonction de $\overrightarrow{GI}$.

$2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{IC}$

On sait que I est le milieu de [A C] donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. On a donc : $3\overrightarrow{GB} = 4\overrightarrow{GI}$ et donc : $\boxed{\overrightarrow{GB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{GI}}$

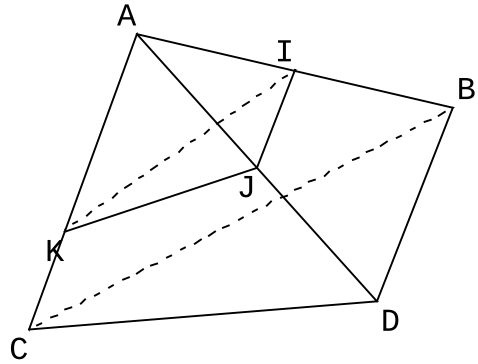
Conclusion : $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont colinéaires donc $G \in (IB)$.

Nom____

$\boxed{1}$ ABCD est un tétraèdre.

I est le milieu de [AB] et J celui de [AD]

K est le point du segment [AC] vérifiant : $AK = \frac{2}{3} AC$



☐ Les droites (I J) et (CD) sont sécantes.

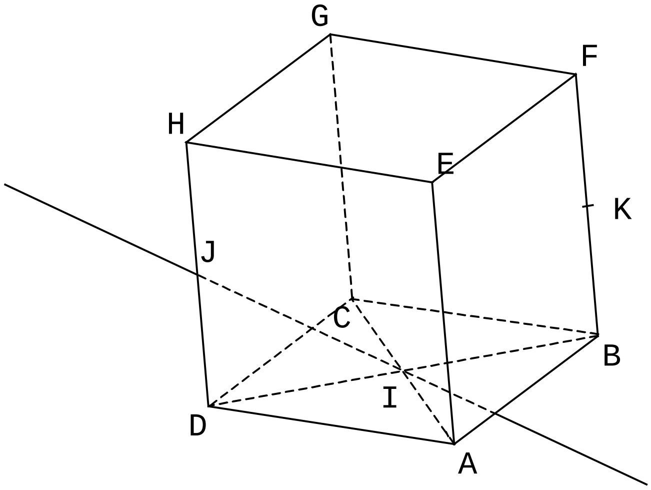
☒ Les droites (I J) et (BD) sont parallèles

☐ La droite (I J) coupe le plan (BCD)

☒ Les droites (KI) et (CB) sont sécantes.

$\boxed{2}$ ABCDEFGH est un cube.

I est le milieu de [AC], J celui de [DG] et K celui de [BF]



☐ Le triangle EGK est rectangle.

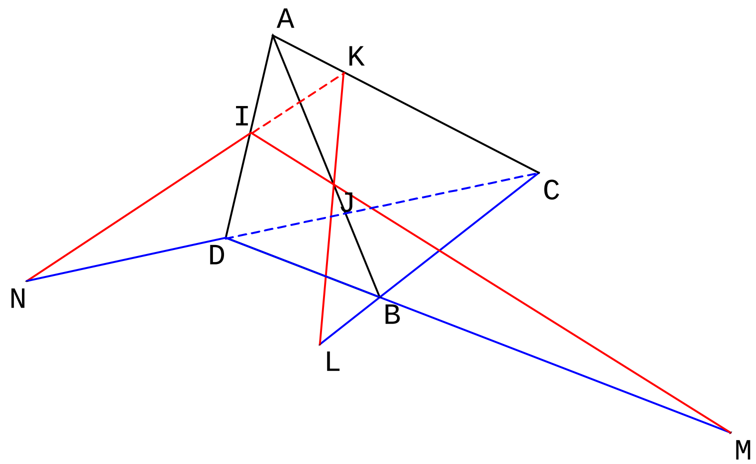
☒ Le triangle I J K est isocèle

☒ Le quadrilatère DBKJ est un rectangle.

☐ La droite (IJ) est parallèle au plan (BCF)

$\boxed{3}$ ABCD est un tétraèdre

I est un point de [AD]
J est un point de [AB]
K un point de [AC]

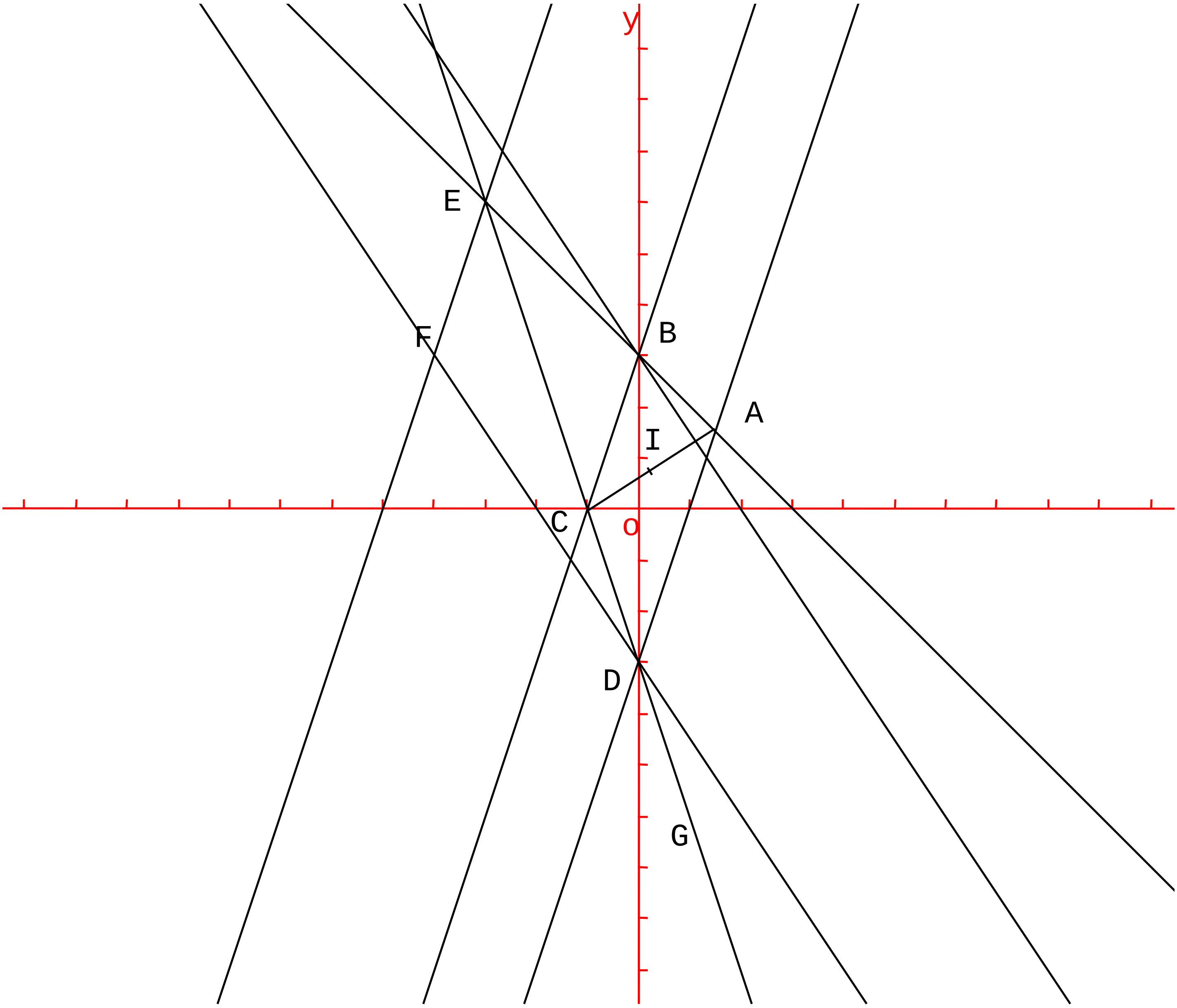


☐ I JK est un triangle équilatéral.

☒ La droite (JK) coupe le plan (BCD) en L

☐ La droite (CB) coupe le plan (IJK) en B.

☒ Les points L, M et N sont alignés.


y
E
F
B
A
I
C
O
D
G