$\boxed{1}$ 12 points

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points : A(1 ; 4), B(– 1 ; – 1) et C(7 ; 1).
1° Les points A, B et C sont-ils alignés ? (On justifiera la réponse par un calcul).
2° Déterminer les coordonnées des points D, E, F et J définis ci-dessous
a) D est tel que ABCD est un parallélogramme
b) E est le symétrique de A par rapport à C
c) F est tel que $2\,\overrightarrow{AF} - 3\,\overrightarrow{BF} + 2\,\overrightarrow{CF} = \vec{0}$
d) J est le milieu de [BF] .
3° Soit α un réel et K le point tel que . $\overrightarrow{AK} = \alpha\,\overrightarrow{AC}$
a) Exprimer les coordonnées du point K en fonction de α.
b) Quelle condition doit vérifier le réel α pour que les points O,K et B soient alignés.
Déterminer alors le réel α.
c) déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (OB) et (AC).

$\boxed{2}$ 5 points

Soit un parallélogramme ABCD.
Le point I est le milieu de [BC] et le point E est défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AC}$.

On veut démontrer que les points D, E et I sont alignés.
Il faut donc démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires.
On propose deux méthodes au choix.
1$^{\text{ière}}$ méthode. Exprimer $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ en fonction de $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ (par exemple).
2$^{\text{ième}}$ méthode. On utilise un repère $(D,\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC})$ (par exemple)
a) Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D ?
b) Quelles sont les coordonnées des points I et E ?
c) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$
Conclure

$\boxed{3}$ 3 points

Soit un trapèze ABCD, de bases [AB] et [CD]. On suppose que les droites (AD) et (BC) se coupent en O. On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].
D'après le théorème de Thalès on peut dire qu'il existe un réel k tel que : $\overrightarrow{OD} = k\,\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC} = k\,\overrightarrow{OB}$. $(k \neq 1)$
1° Déterminer les coordonnées de O, A, B, C et D dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$
2° Calculer les coordonnées de I et J. Démontrer que les points O, I et J sont alignés.

$\boxed{1}$ Dans un repère $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$, on considère les points : A(1 ; 4), B(– 1 ; – 1) et C(7 ; 1).

1° Les points A, B et C sont-ils alignés ? (On justifiera la réponse par un calcul.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-1\\-1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}7-1\\1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$

A, B et C alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ sont colinéaires

$-2\times(-3)-(-5)\times 6 = 6+30 \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

2° Déterminer les coordonnées des points D, E, F et J définis ci-dessous a) D est tel que ABCD est un parallélogramme

ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$. Si D(x , y) on a :

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ On a donc : $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases}x-7=2\\y-1=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7 -+ 2\\y=1+5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=9\\y=6\end{cases}$ Donc D(9 ; 3)

b) E est le symétrique de A par rapport à C

E est le symétrique de A par rapport à C si et seulement si $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC}$. Si E(x , y) on a :

$\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$. On a donc : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x-7=6\\y-1=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7+6\\y=1-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=13\\y=-2\end{cases}$ Donc E(13 , – 2)

c) F est tel que $2\ \overrightarrow{AF}-3\ \overrightarrow{BF}+2\ \overrightarrow{CF}=\vec{0}$

Si F(x ; y) on a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}x-1\\y-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}x+1\\y+1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CF}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et on a donc : $2\ \overrightarrow{AF}-3\ \overrightarrow{BF}+2\ \overrightarrow{CF}=\vec{0} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}2(x-1)-3(x+1)+2(x-7)=0\\2(y-4)-3(y+1)+2(y-1)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-2-3x-3+2x-14=0\\2y-8-3y-3+2y-2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=19\\y=13\end{cases}$ On a donc F(19 ; 13)

d) J est le milieu de [BC] .

$x_J=\dfrac{x_B+x_C}{2}=\dfrac{-1+7}{2}=3$ et $y_J=\dfrac{y_B+y_C}{2}=\dfrac{-1+1}{2}=0$ On a donc : J(3 ; 0)

3° Soit α un réel et K le point tel que . $\overrightarrow{AK}=\alpha\ \overrightarrow{AC}$ a) Exprimer les coordonnées du point K en fonction de α.

Si K $(x_K ; y_K)$ on a $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}x_K-1\\y_K-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AK}=\alpha\ \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x_K-1=6\ \alpha\\y_K-4=-3\ \alpha\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_K=1+6\ \alpha\\y_K=4-3\ \alpha\end{cases}$ On a donc K $(1+6\ \alpha ; 4-3\ \alpha)$

b) Quelle condition doit vérifier le réel α pour que les points O,K et B soient alignés. Déterminer alors le réel α.

O, K et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{OB}$ colinéaires .

$\overrightarrow{OK}\begin{pmatrix}1+6\ \alpha\\4-3\ \alpha\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ colinéaires si et seulement si $(1+6\ \alpha)\times(-1)-(-1)\times(4-3\ \alpha)=0$

$(1+6\ \alpha)\times(-1)-(-1)\times(4-3\ \alpha)=0 \Leftrightarrow -1-6\ \alpha+4-3\ \alpha=0 \Leftrightarrow \alpha=\dfrac{1}{3}$

c) déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (OB) et (AC).

$K(1+6\ \alpha; 4-3\ \alpha)$ avec $\alpha=\dfrac{1}{3}$ donc K(1 + 2; 4 – 1) c'est à dire K (3 ; 3)

$\boxed{2}$ Soit un parallélogramme ABCD. Le point I est le milieu de [BC] et le point E est défini par $\overrightarrow{AE}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On veut démontrer que les points D, E et I sont alignés. Il faut donc démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires. On propose deux méthodes au choix. 1ière méthode. Exprimer $\overrightarrow{DE}$ et en fonction de $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ (par exemple).

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DA}+\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})=\left(1-\dfrac{2}{3}\right)\overrightarrow{DA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CI}$. On sait que I est le milieu de [BC] donc $\overrightarrow{CI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

On sait que ABCD parallélogramme donc $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$. On a donc : $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DC}+\dfrac{1}{2}\ \overrightarrow{DA}$

On a : $3\ \overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+2\ \overrightarrow{DC}=2\ \overrightarrow{DI}$. Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires donc les points D, E et I sont alignés.

2ième méthode. On utilise un repère $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ (par exemple) a) Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D ?

$\overrightarrow{DA} = 1\ \overrightarrow{DA} + 0\ \overrightarrow{DC}$ donc A (1 ; 0)

ABCD parallélogramme donc $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$ donc B (1 ; 1)

$\overrightarrow{DC} = 0\ \overrightarrow{DA} + 1\ \overrightarrow{DC}$ donc C(0 ; 1)

b) Quelles sont les coordonnées des points I et E ?

I est le milieu de [BC] donc $x_I = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_I = \frac{1+1}{2} = 1$ donc $I\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

Si E(x ; y) on a $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 0-1 \\ 1-0 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-\frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \quad E\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

c) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ Conclure

$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{3} \times 1 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires donc les points D, E et I sont alignés.

$\boxed{3}$ **Soit un trapèze ABCD, de bases [AB] et [CD]. On suppose que les droites (AD) et (BC) se coupent en O. On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. D'après le théorème de Thalès on peut dire qu'il existe un réel k tel que : $\overrightarrow{OD} = k\ \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC} = k\ \overrightarrow{OB}$. $(k \neq 1)$ 1° Déterminer les coordonnées de O, A, B, C et D dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$**

O(0 ; 0); A (1 ; 0), B(0 ; 1), D(k , 0) et C(0 , k)

2° Calculer les coordonnées de I et J. Démontrer que les points O, I et J sont alignés.

I est le milieu de [AB] donc $x_I = \frac{1+0}{2}$ et $y_I = \frac{0+1}{2}$ donc $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

J est le milieu de [CD] donc $x_J = \frac{0+k}{2}$ et $y_J = \frac{k+0}{2}$ donc $J\left(\frac{k}{2}, \frac{k}{2}\right)$

$\overrightarrow{OI}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} \frac{k}{2} \\ \frac{k}{2} \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IJ} = k\ \overrightarrow{OI}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires donc O, I et J sont alignés.

1 : A(1 ; 4), B(– 1 ; – 1) et C(7 ; 1).1° Les points A, B et C sont-ils alignés ? (On justifiera la réponse par un calcul.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-1\\-1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}7-1\\1-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$

A, B et C alignés si et seulement si $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}}$ sont colinéaires

$-2\times(-3)-(-5)\times 6 = 6+30 \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

2° Déterminer les coordonnées des points D, E, F et J définis ci-dessous a) D est tel que ABCD est un parallélogramme

ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$. Si D(x , y) on a :

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ On a donc : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases}x-7=2\\y-1=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7 \text{-}+2\\y=1+5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=9\\y=6\end{cases}$ Donc $\boxed{D(9 ; 3)}$

b) E est le symétrique de A par rapport à C

E est le symétrique de A par rapport à C si et seulement si $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC}$. Si E(x , y) on a :

$\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$. On a donc : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x-7=6\\y-1=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7+6\\y=1-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=13\\y=-2\end{cases}$ Donc $\boxed{E(13 , -2)}$

c) F est tel que 2 $\overrightarrow{AF}$ – 3 $\overrightarrow{BF}$ + 2 $\overrightarrow{CF}$ = $\vec{0}$

Si F(x ; y) on a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}x-1\\y-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}x+1\\y+1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CF}\begin{pmatrix}x-7\\y-1\end{pmatrix}$ et on a donc : $2\overrightarrow{AF} - 3\overrightarrow{BF} + 2\overrightarrow{CF} = \vec{0} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}2(x-1)-3(x+1)+2(x-7)=0\\2(y-4)-3(y+1)+2(y-1)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-2-3x-3+2x-14=0\\2y-8-3y-3+2y-2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=19\\y=13\end{cases}$ On a donc $\boxed{F(19 ; 13)}$

d) J est le milieu de [BC] .

$x_J = \dfrac{x_B+x_C}{2} = \dfrac{-1+7}{2} = 3$ et $y_J = \dfrac{y_B+y_C}{2} = \dfrac{-1+1}{2} = 0$ On a donc $\boxed{: J(3 ; 0)}$

3° Soit α un réel et K le point tel que . $\overrightarrow{AK} = \alpha\, \overrightarrow{AC}$ a) Exprimer les coordonnées du point K en fonction de α.

Si K (x_K ; y_K) on a $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}x_K-1\\y_K-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AK} = \alpha\,\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x_K-1=6\alpha\\y_K-4=-3\alpha\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_K=1+6\alpha\\y_K=4-3\alpha\end{cases}$ On a donc $\boxed{K(1+6\alpha ; 4-3\alpha)}$

b) Quelle condition doit vérifier le réel α pour que les points O,K et B soient alignés. Déterminer alors le réel α.

O, K et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{OB}$ colinéaires .

$\overrightarrow{OK}\begin{pmatrix}1+6\alpha\\4-3\alpha\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ colinéaires si et seulement si $(1+6\alpha)\times(-1)-(-1)\times(4-3\alpha)=0$

$(1+6\alpha)\times(-1)-(-1)\times(4-3\alpha)=0 \Leftrightarrow -1-6\alpha+4-3\alpha=0 \Leftrightarrow \boxed{\alpha=\dfrac{1}{3}}$

c) déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (OB) et (AC).

K(1 + 6 α; 4 – 3 α) avec $\alpha = \dfrac{1}{3}$ donc K(1 + 2; 4 – 1) c'est à dire $\boxed{K(3 ; 3)}$

---

2 Soit un parallélogramme ABCD. Le point I est le milieu de [BC] et le point E est défini par $\overrightarrow{AE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On veut démontrer que les points D, E et I sont alignés. Il faut donc démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires. On propose deux méthodes au choix. 1ière méthode. Exprimer $\overrightarrow{DE}$ et en fonction de $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ (par exemple).

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DA} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \left(1-\dfrac{2}{3}\right)\overrightarrow{DA} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC} = \boxed{\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DA} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC}}$

$\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CI}$. On sait que I est le milieu de [BC] donc $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

On sait que ABCD parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$. On a donc : $\boxed{\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DC} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{DA}}$

On a : $\boxed{3\,\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + 2\,\overrightarrow{DC} = 2\,\overrightarrow{DI}.}$ Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires donc les points D, E et I sont alignés.

2ième méthode. On utilise un repère $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ (par exemple) a) Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D ?

$\overrightarrow{DA} = 1\,\overrightarrow{DA} + 0\,\overrightarrow{DC}$ donc $\boxed{A\ (1\ ;\ 0)}$

ABCD parallélogramme donc $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$ donc $\boxed{B\ (1\ ;\ 1)}$

$\overrightarrow{DC} = 0\,\overrightarrow{DA} + 1\,\overrightarrow{DC}$ donc $\boxed{C(0\ ;\ 1)}$

b) Quelles sont les coordonnées des points I et E ?

I est le milieu de [BC] donc $x_I = \dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $y_I = \dfrac{1+1}{2} = 1$ donc $\boxed{I\left(\dfrac{1}{2}, 1\right)}$

Si E(x ; y) on a $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 0-1 \\ 1-0 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -\dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-\dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases} \quad \boxed{E\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)}$$

c) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ Conclure

$$\boxed{\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{2}{3} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} \dfrac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}}$$

$\dfrac{1}{3} \times 1 - \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{3} = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires donc les points D, E et I sont alignés.

$\boxed{3}$ **Soit un trapèze ABCD, de bases [AB] et [CD]. On suppose que les droites (AD) et (BC) se coupent en O. On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. D'après le théorème de Thalès on peut dire qu'il existe un réel k tel que : $\overrightarrow{OD} = k\,\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC} = k\,\overrightarrow{OB}$. ($k \neq 1$) 1° Déterminer les coordonnées de O, A, B, C et D dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$**

O(0 ; 0); A (1 ; 0), B(0 ; 1), D(k , 0) et C(0 , k)

2° Calculer les coordonnées de I et J. Démontrer que les points O, I et J sont alignés.

I est le milieu de [AB] donc $x_I = \dfrac{1+0}{2}$ et $y_I = \dfrac{0+1}{2}$ donc $\boxed{I\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)}$

J est le milieu de [CD] donc $x_J = \dfrac{0+k}{2}$ et $y_J = \dfrac{k+0}{2}$ donc $\boxed{J\left(\dfrac{k}{2}, \dfrac{k}{2}\right)}$

$\boxed{\overrightarrow{OI}\begin{pmatrix} \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} \dfrac{k}{2} \\ \dfrac{k}{2} \end{pmatrix}}$ donc $\overrightarrow{IJ} = k\,\overrightarrow{OI}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires donc O, I et J sont alignés.