

I LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE ET ANGLES ORIENTES

1° Conversion degré-radian. On rappelle que la mesure d'un angle droit est $\frac{\pi}{2}$ radians.

α radian	2π								$\frac{\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{10}$	$\frac{13\pi}{20}$	$\frac{2\pi}{9}$
β degré	360°	90	45	20	18	75	72	108						

2° cercle orienté

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. \mathcal{C} est le cercle de centre O et de rayon 1.

Le sens de parcours sur ce cercle est le sens indiqué sur la figure ci-dessous.

Les points I, A, B, I', C, D sont les sommets d'un hexagone régulier.

a) Donner la mesure en degrés de chacun des angles : \widehat{IOA} , \widehat{AOB} , $\widehat{IOI'}$, \widehat{IOC} , \widehat{IOD} , \widehat{IOJ} .

Quelle est la longueur des petits arcs : \widehat{IA} , \widehat{AB} , $\widehat{I'I}$, \widehat{IC} , \widehat{ID} , \widehat{IJ} ?

En déduire la mesure en radians des angles \widehat{AOB} , \widehat{IOA} , $\widehat{IOI'}$, \widehat{IOC} , \widehat{IOD} , \widehat{IOJ} .

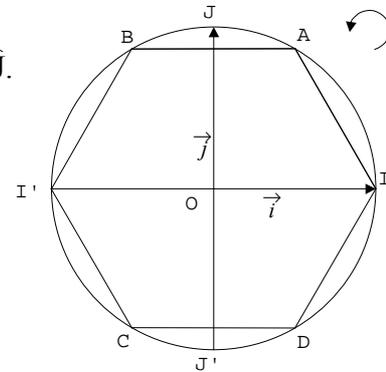
b) Le petit arc géométrique AB détermine sur le cercle deux arcs orientés :

L'arc \widehat{AB} d'origine A et d'extrémité B et l'arc \widehat{BA} d'origine B et d'extrémité A, on dit que les vecteurs \vec{OA} et \vec{OB} déterminent deux angles orientés de vecteurs :

- celui associé à l'arc orienté \widehat{AB} que l'on note $(\vec{OA}; \vec{OB})$;
- celui associé à l'arc orienté \widehat{BA} que l'on note $(\vec{OB}; \vec{OA})$

Chacune des mesures en radians d'un arc orienté est une mesure en radians d l'angle orienté correspondant.

Ainsi $+\frac{\pi}{3}$ est une mesure de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OB})$ et $-\frac{\pi}{3}$ est une mesure de l'angle orienté $(\vec{OB}; \vec{OA})$



	Mesure en radian de \widehat{MON}	Longueur du petit arc MN	Mesure de l'arc orienté \widehat{MN}	Mesures de l'angle orienté $(\vec{OM}; \vec{ON})$	Mesure principale de l'angle orienté $(\vec{OM}; \vec{ON})$
M = I ; N = B	$\widehat{IOB} =$	$\widehat{IB} =$	$\widehat{IB} =$	$(\vec{OI}; \vec{OB}) =$	$(\vec{OI}; \vec{OB}) =$
M = I ; N = C	$\widehat{IOC} =$	$\widehat{IC} =$	$\widehat{IC} =$	$(\vec{OI}; \vec{OC}) =$	$(\vec{OI}; \vec{OC}) =$
M = I ; N = D	$\widehat{IOD} =$	$\widehat{ID} =$	$\widehat{ID} =$	$(\vec{OI}; \vec{OD}) =$	$(\vec{OI}; \vec{OD}) =$
M = I ; N = I'	$\widehat{IOI'} =$	$\widehat{I'I} =$	$\widehat{I'I} =$	$(\vec{OI}; \vec{OI'}) =$	$(\vec{OI}; \vec{OI'}) =$
M = I ; N = J	$\widehat{IOJ} =$	$\widehat{IJ} =$	$\widehat{IJ} =$	$(\vec{OI}; \vec{OJ}) =$	$(\vec{OI}; \vec{OJ}) =$
M = C ; N = B	$\widehat{COB} =$	$\widehat{CB} =$	$\widehat{CB} =$	$(\vec{OC}; \vec{OB}) =$	$(\vec{OC}; \vec{OB}) =$
M = A ; N = B	$\widehat{AOB} =$	$\widehat{AB} =$	$\widehat{AB} =$	$(\vec{OA}; \vec{OB}) =$	$(\vec{OA}; \vec{OB}) =$
M = A ; N = J	$\widehat{AOJ} =$	$\widehat{AJ} =$	$\widehat{AJ} =$	$(\vec{OA}; \vec{OJ}) =$	$(\vec{OA}; \vec{OJ}) =$

II SUR LE CERCLE TRIGONOMETRIQUE

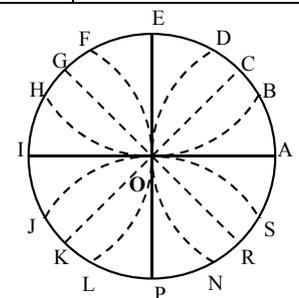
1° Trouver la mesure principale α dans chacun des cas suivants, la convertir en degrés et placer les points

a) $\frac{7\pi}{3}$	b) $\frac{3\pi}{2}$	c) $-\frac{23\pi}{3}$	d) $-\frac{13\pi}{4}$	e) $\frac{43\pi}{6}$
---------------------	---------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------

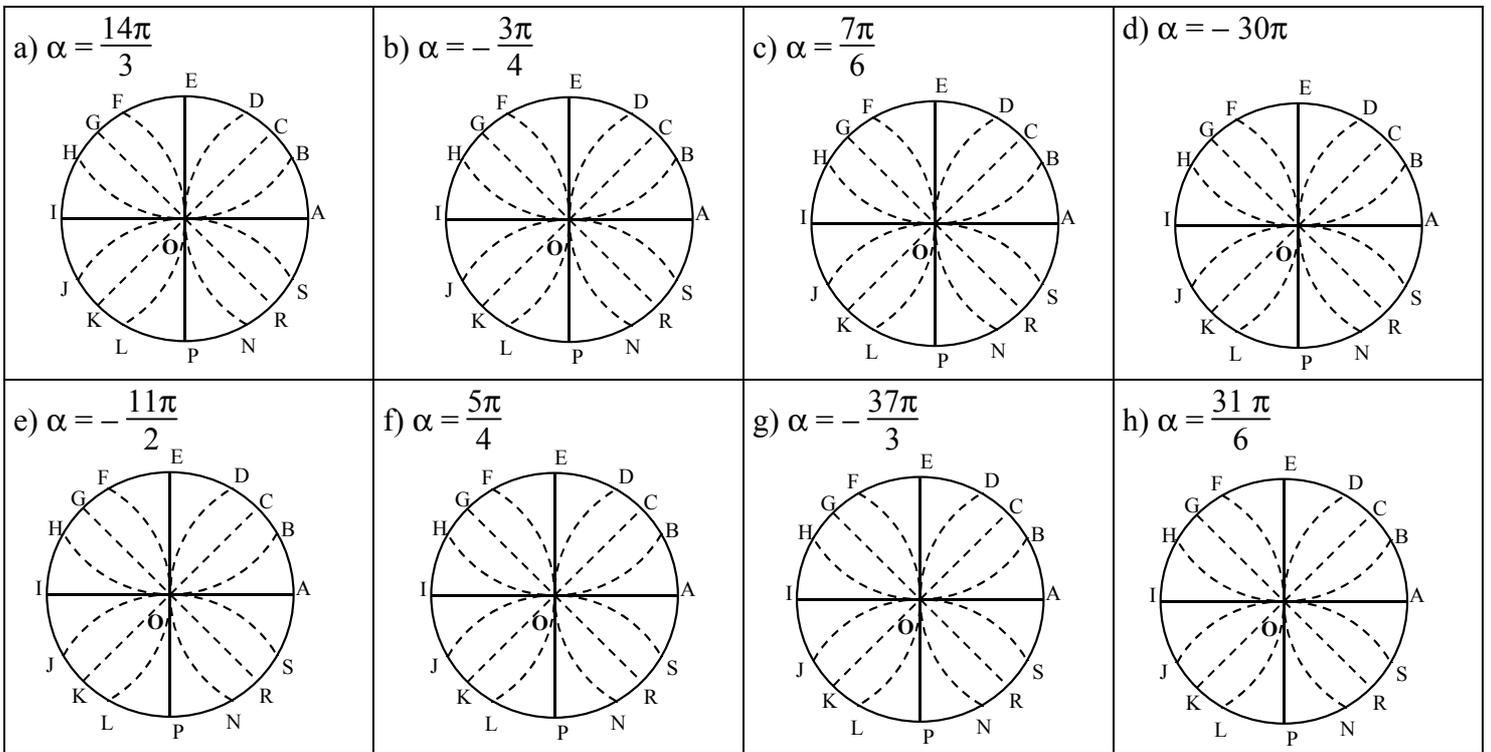
2° Pour chacun des angles orientés suivants,

donner la mesure principale en radian, puis dans $[0; 2\pi[$ et dans $]-2\pi; 0]$:

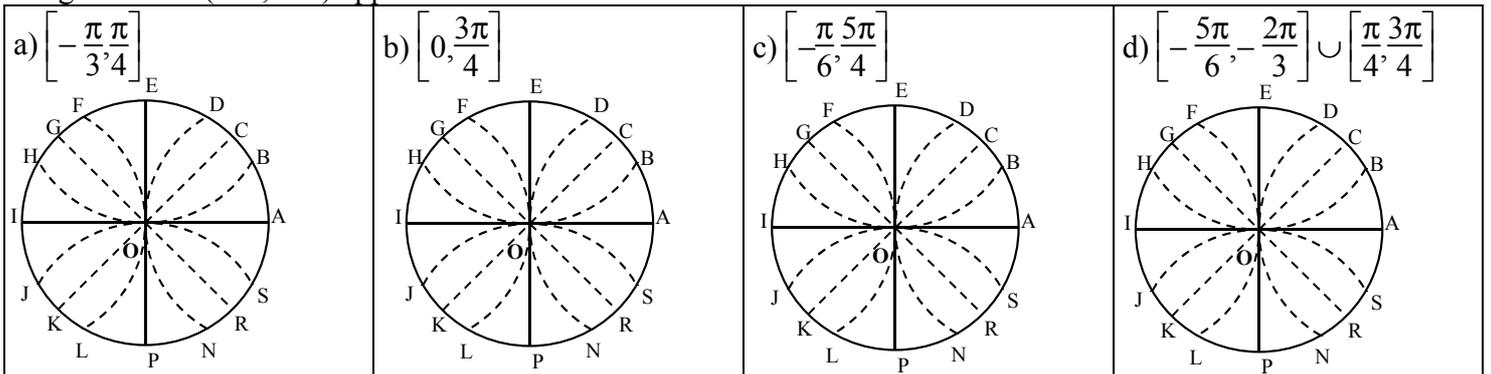
- | | | |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $(\vec{OA}; \vec{OC})$ | b) $(\vec{OA}; \vec{OF})$ | c) $(\vec{OA}; \vec{ON})$ |
| d) $(\vec{OA}; \vec{OJ})$ | e) $(\vec{OA}; \vec{OP})$ | f) $(\vec{OA}; \vec{OL})$ |
| g) $(\vec{OA}; \vec{OI'})$ | h) $(\vec{OA}; \vec{OS})$ | i) $(\vec{OA}; \vec{OD})$ |



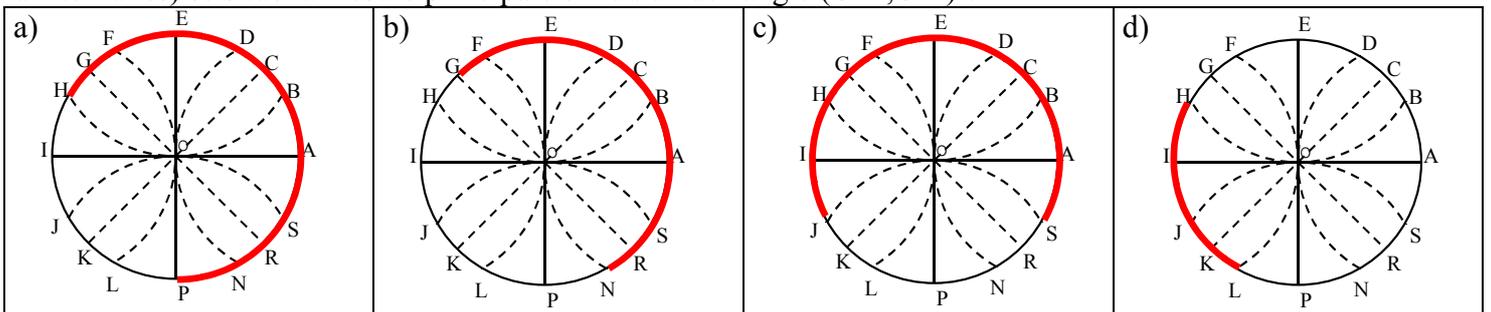
1 Déterminer la mesure principale, en radian, puis le point M du cercle tel que : $(\overline{OA}; \overline{OM}) = \alpha$:



2 Dans chacun des cas suivants, colorer sur ce cercle ci-contre le lieu des points M tel que la mesure de l'angle orienté $(\overline{OA}; \overline{OM})$ appartienne à l'intervalle donné :



3 Un point M décrit la partie colorée en rouge sur le cercle trigonométrique. Dans quel intervalle (ou réunion d'intervalles) se situe la mesure principale en radian de l'angle $(\overline{OA}; \overline{OM})$?



4 Pour chacune des mesures suivantes, on demande la mesure principale

(en degré ou en radian, selon le cas) ; la mesure dans $[0; 2\pi[$ (ou dans $[0^\circ; 360^\circ[$)

la mesure dans $]-2\pi; 0]$ (ou dans $]-360^\circ; 0]$)

a) $\frac{1994\pi}{3}$ b) $\frac{28\pi}{5}$ c) $\frac{27\pi}{4}$ d) $-\frac{19\pi}{6}$ e) -270° f) -18π g) 1440° h) -2530° .

i) $-\frac{\pi}{4}$ j) $\frac{5\pi}{6}$ k) $\frac{12\pi}{5}$ l) 210 m) -375° n) -4512°

I LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE ET ANGLES ORIENTES

1° Conversion degré-radian. On rappelle que la mesure d'un angle droit est $\frac{\pi}{2}$ radians.

α radian	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{10}$	$\frac{13\pi}{20}$	$\frac{2\pi}{9}$
β degré	360°	90	45	20	18	75	72	108	36	75	135	54	117	40

2° cercle orienté

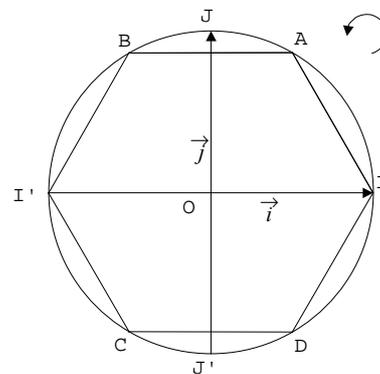
Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. \mathcal{C} est le cercle de centre O et de rayon 1.

Le sens de parcours sur ce cercle est le sens indiqué sur la figure ci-dessous.

Les points I, A, B, I', C, D sont les sommets d'un hexagone régulier.

a) Donner la mesure en degrés de chacun des angles, la longueur des petits arcs, la mesure en radians des angles

$\widehat{IOA} = 60^\circ$	$\widehat{AOB} = 60^\circ$	$\widehat{IOI'} = 180^\circ$	$\widehat{IOC} = 120^\circ$	$\widehat{IOD} = 60^\circ$	$\widehat{IOJ} = 90^\circ$
$\widehat{IA} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{AB} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{II'} = \pi$	$\widehat{IC} = \frac{2\pi}{3}$	$\widehat{ID} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{IJ} = \frac{\pi}{2}$
$\widehat{AOB} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{IOA} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{IOI'} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{IOC} = \frac{2\pi}{3}$	$\widehat{IOD} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{IOJ} = \frac{\pi}{2}$



b) Le petit arc géométrique AB détermine sur le cercle deux arcs orientés :

L'arc AB d'origine A et d'extrémité B et l'arc BA d'origine B et d'extrémité A, on dit que les vecteurs OA et OB déterminent deux angles orientés de vecteurs :

- celui associé à l'arc orienté \overrightarrow{AB} que l'on note $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$
- celui associé à l'arc orienté BA que l'on note $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA})$

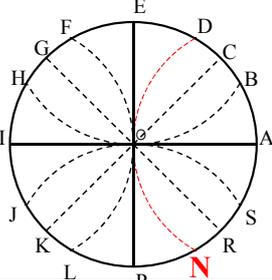
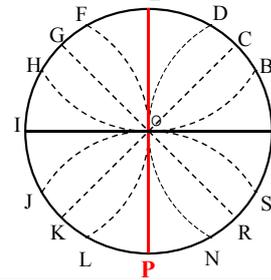
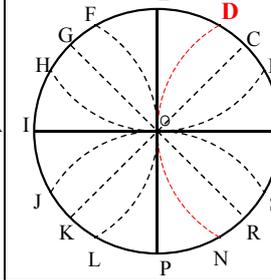
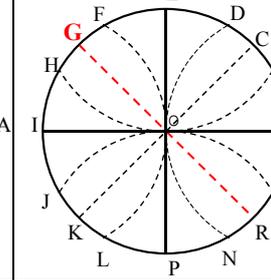
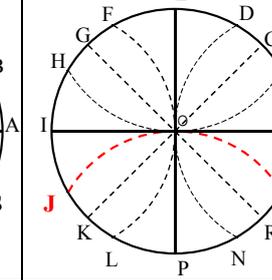
Chacune des mesures en radians d'un arc orienté est une mesure en radians d l'angle orienté correspondant.

Ainsi $+\frac{\pi}{3}$ est une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ et $-\frac{\pi}{3}$ est une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA})$

	Mesure en radian de \widehat{MON}	Longueur du petit arc MN	Mesure de l'arc orienté \overrightarrow{MN}	Mesures de l'angle $(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON})$	Mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON})$
M = I ; N = B	$\widehat{IOB} = \frac{2\pi}{3}$	$\widehat{IB} = \frac{2\pi}{3}$	$\overrightarrow{IB} = \frac{2\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB}) = \frac{2\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB}) = \frac{2\pi}{3}$
M = I ; N = C	$\widehat{IOC} = \frac{2\pi}{3}$	$\widehat{IC} = \frac{2\pi}{3}$	$\overrightarrow{IC} = -\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC}) = -\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC}) = -\frac{2\pi}{3}$
M = I ; N = D	$\widehat{IOD} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{ID} = \frac{\pi}{3}$	$\overrightarrow{ID} = -\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OD}) = -\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OD}) = -\frac{\pi}{3}$
M = I ; N = I'	$\widehat{IOI'} = \pi$	$\widehat{II'} = \pi$	$\overrightarrow{II'} = \pi$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OI'}) = \pi$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OI'}) = \pi$
M = I ; N = J	$\widehat{IOJ} = \frac{\pi}{2}$	$\widehat{IJ} = \frac{\pi}{2}$	$\overrightarrow{IJ} = \frac{\pi}{2}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}) = \frac{\pi}{2}$	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}) = \frac{\pi}{2}$
M = C ; N = B	$\widehat{COB} = \frac{2\pi}{3}$	$\widehat{CB} = \frac{2\pi}{3}$	$\overrightarrow{CB} = -\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{2\pi}{3}$
M = A ; N = B	$\widehat{AOB} = \frac{\pi}{3}$	$\widehat{AB} = \frac{\pi}{3}$	$\overrightarrow{AB} = \frac{\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3}$	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3}$
M = A ; N = J	$\widehat{AOJ} = \frac{\pi}{6}$	$\widehat{AJ} = \frac{\pi}{6}$	$\overrightarrow{AJ} = \frac{\pi}{6}$	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OJ}) = \frac{\pi}{6}$	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OJ}) = \frac{\pi}{6}$

SUR LE CERCLE TRIGONOMETRIQUE

1° Trouver la mesure principale α dans chacun des cas suivants, la convertir en degrés et placer le point

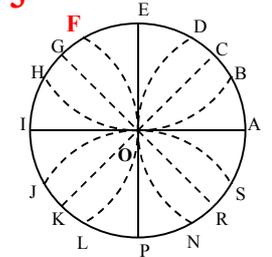
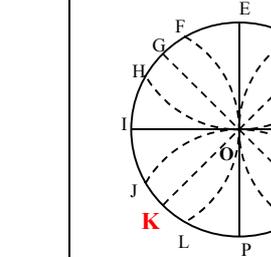
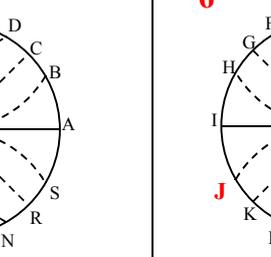
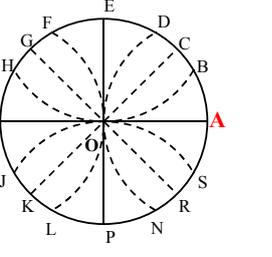
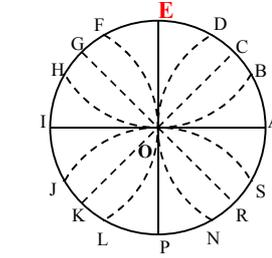
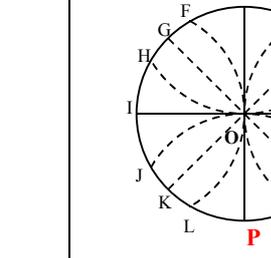
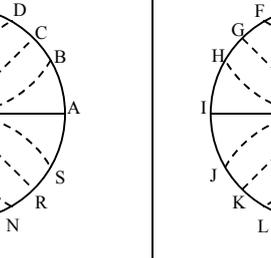
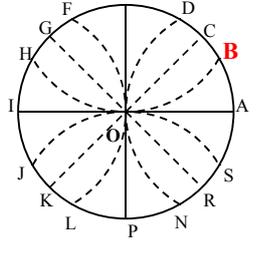
<p>a) $\frac{7\pi}{3}$</p> <p>Mes principale $-\frac{\pi}{3}$</p> <p>Mes en degré -60°</p> 	<p>b) $\frac{3\pi}{2}$</p> <p>Mes principale $-\frac{\pi}{2}$</p> <p>Mes en degré -90°</p> 	<p>c) $-\frac{23\pi}{3}$</p> <p>Mes principale $\frac{\pi}{3}$</p> <p>Mes en degré 60°</p> 	<p>d) $-\frac{13\pi}{4}$</p> <p>Mes principale $\frac{3\pi}{4}$</p> <p>Mes en degré 135°</p> 	<p>e) $\frac{43\pi}{6}$</p> <p>Mes principale $-\frac{5\pi}{6}$</p> <p>Mes en degré -150°</p> 
---	--	--	---	---

2° Pour chacun des angles orientés suivants,

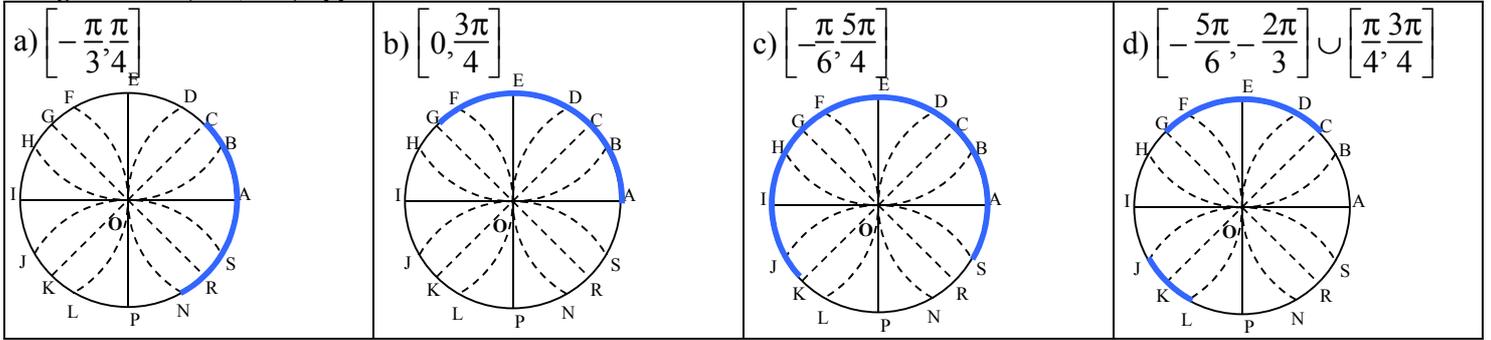
donner la mesure principale en radian, puis dans $[0 ; 2\pi[$ et dans $]-2\pi ; 0]$:

- a) $(\vec{OA}; \vec{OC}) = \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{4}$ b) $(\vec{OA}; \vec{OF}) = \frac{2\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}$ c) $(\vec{OA}; \vec{ON}) = \frac{5\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$
- d) $(\vec{OA}; \vec{OJ}) = \frac{7\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$ e) $(\vec{OA}; \vec{OP}) = \frac{2\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}$ f) $(\vec{OA}; \vec{OL}) = \frac{4\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}$
- g) $(\vec{OA}; \vec{OI}) = \pi = -\pi$ h) $(\vec{OA}; \vec{OS}) = -\frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ i) $(\vec{OA}; \vec{OD}) = \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{3}$

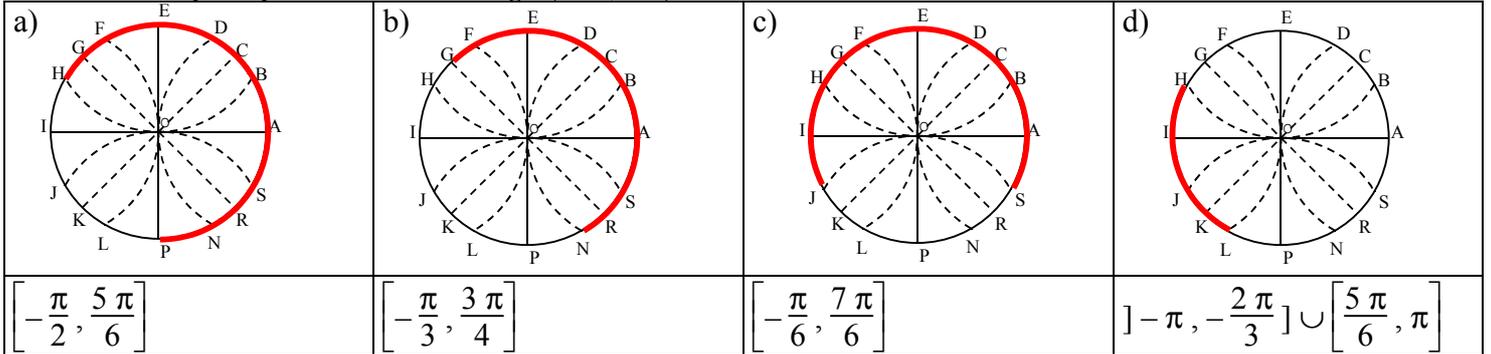
1 Déterminer la mesure principale, en radian, puis le point M du cercle tel que : $(\vec{OA}; \vec{OM}) = \alpha$:

<p>a) $\alpha = \frac{14\pi}{3}$</p> $\frac{14}{2} \mid \frac{3}{4}$ $\frac{14\pi}{3} - 4\pi = \frac{2\pi}{3}$ <p>$\frac{2\pi}{3} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>b) $\alpha = -\frac{3\pi}{4} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>c) $\alpha = \frac{7\pi}{6}$</p> $\frac{7}{1} \mid \frac{6}{1}$ $\frac{7\pi}{6} - (1+1)\pi = -\frac{5\pi}{6}$ <p>$-\frac{5\pi}{6} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>d) $\alpha = -30\pi \equiv 0$</p> 
<p>e) $\alpha = -\frac{11\pi}{2}$</p> $\frac{11}{1} \mid \frac{2}{5}$ $-\frac{11\pi}{2} + (5+1)\pi = \frac{\pi}{2}$ <p>$\frac{\pi}{2} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>f) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$</p> $\frac{5}{1} \mid \frac{4}{1}$ $\frac{5\pi}{4} - (1+1)\pi = -\frac{3\pi}{4}$ <p>$-\frac{3\pi}{4} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>g) $\alpha = -\frac{37\pi}{3}$</p> $\frac{37}{1} \mid \frac{3}{12}$ $-\frac{37\pi}{3} + 12\pi = -\frac{\pi}{3}$ <p>$-\frac{\pi}{3} \in]-\pi, \pi]$</p> 	<p>h) $\alpha = \frac{31\pi}{6}$</p> $\frac{31}{1} \mid \frac{6}{5}$ $\frac{31\pi}{6} - (5+1)\pi = \frac{\pi}{6}$ <p>$\frac{\pi}{6} \in]-\pi, \pi]$</p> 

2 Dans chacun des cas suivants, colorer sur ce cercle ci-contre le lieu des points M tel que la mesure de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OM})$ appartienne à l'intervalle donné :



3 Un point M décrit la partie colorée en rouge sur le cercle trigonométrique. Dans quel intervalle (ou réunion d'intervalles) se situe la mesure principale en radian de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OM})$?



4 Pour chacune des mesures suivantes, on demande la mesure principale (en degré ou en radian, selon le cas) ; la mesure dans $[0; 2\pi[$ (ou dans $[0^\circ; 360^\circ[$) ; la mesure dans $]-2\pi; 0]$ (ou dans $]-360^\circ; 0]$)

<p>$\frac{1994\pi}{3}$ 1994 3 3 2 664</p> <p>$\frac{1994\pi}{3} - 664\pi = \frac{2\pi}{3}$</p> <p>$\frac{2\pi}{3} \in [0; 2\pi[$</p> <p>$\frac{2\pi}{3} - 2\pi = -\frac{4\pi}{3} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$\frac{28\pi}{5}$ 28 5 5 3 5</p> <p>$\frac{28\pi}{5} - (5+1)\pi = -\frac{2\pi}{5}$</p> <p>$-\frac{2\pi}{5} + 2\pi = [0; 2\pi[$</p> <p>$-\frac{2\pi}{5} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$\frac{27\pi}{4}$ 27 4 4 3 6</p> <p>$\frac{27\pi}{4} - 6\pi = \frac{3\pi}{4}$</p> <p>$\frac{3\pi}{4} \in [0; 2\pi[$</p> <p>$\frac{3\pi}{4} - 2\pi = -\frac{5\pi}{4} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$-\frac{19\pi}{6}$ 19 6 6 1 3</p> <p>$-\frac{19\pi}{6} + (3+1)\pi = \frac{5\pi}{6}$</p> <p>$\frac{5\pi}{6} \in]0; 2\pi[$</p> <p>$\frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6} \in]-2\pi, 0]$</p>
<p>-270° 270 180 90 1</p> <p>$-270 + (1+1) \times 180 = 90^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$90^\circ \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$-270^\circ \in]-360^\circ, 0]$</p>	<p>$-18\pi \equiv 0$</p> <p>$0 \in]-\pi, \pi]$</p> <p>$0 \in]0; 2\pi[$</p> <p>$0 \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$1440^\circ = 8 \times 180 \equiv 0$</p> <p>$0^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$0^\circ \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$0^\circ \in]-360^\circ, 0]$</p>	<p>-2530° 2530 180 10 14</p> <p>$2530 - 14 \times 180 = 10^\circ$</p> <p>$10^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$10^\circ \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$10 - 360 = -350^\circ \in]-360^\circ, 0]$</p>
<p>$-\frac{\pi}{4}$ $-\pi$ π</p> <p>$-\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4} \in]0; 2\pi[$</p> <p>$-\frac{\pi}{4} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$\frac{5\pi}{6}$ $-\pi$ π</p> <p>$\frac{5\pi}{6} \in]0; 2\pi[$</p> <p>$\frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>$\frac{12\pi}{5}$ 12 5 2 2</p> <p>$\frac{12\pi}{5} - 2\pi = \frac{2\pi}{5}$</p> <p>$\frac{2\pi}{5} \in]0; 2\pi[$</p> <p>$\frac{2\pi}{5} - 2\pi = -\frac{7\pi}{5} \in]-2\pi, 0]$</p>	<p>210° 210 180 30 1</p> <p>$210 - 2 \times 180 = -150$</p> <p>$-150^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$150^\circ \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$150^\circ \in]-360^\circ, 0]$</p>
<p>-375° 375 180 15 2</p> <p>$-375 + 2 \times 180 = -15$</p> <p>$-15^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$-15 + 360 = 345$</p> <p>$345 \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$15^\circ \in]-360^\circ, 0]$</p>	<p>-4512° 4512 180 12 25</p> <p>$-4512 + 25 \times 180 = -12$</p> <p>$-12^\circ \in]-180^\circ, 180^\circ]$</p> <p>$-12 + 360 = 348$</p> <p>$348^\circ \in [0, 180^\circ[$</p> <p>$-12 \in]-360^\circ, 0]$</p>		