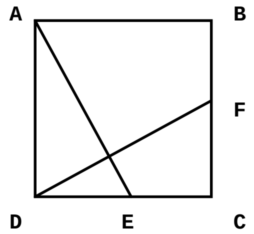
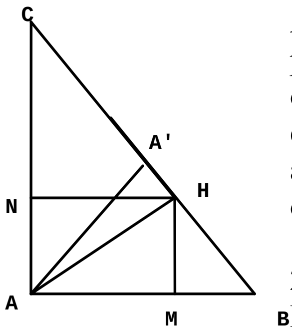


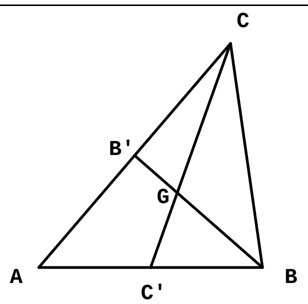
I Dans un carré

ABCD est un carré, la longueur du côté est a. E est le milieu de [CD] et F celui de [BC].
On se propose de démontrer que les droites (AE) et (DF) sont perpendiculaires, en utilisant la géométrie analytique.
On choisit donc un repère orthonormal. Par exemple (D , $\vec{i}$, $\vec{j}$).
1° Quelles sont les coordonnées des points D, A, E et F ?
2° Déterminer des équations des droites (AE) et (DF). Calculer leurs coefficients directeurs En déduire qu'elles sont perpendiculaires



II Dans un triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A, AB=l, AC=L. Le point A' est le milieu de [BC], le point H est le pied de la hauteur issue de A. Les points M et N sont les projetés orthogonaux de H sur (AB) et (AC). On se propose de démontrer que les droites (AA') et (MN) sont orthogonales, en utilisant un repère orthonormal d'origine A, dont l'axe des abscisses est la droite (AB) orientée de A vers B et l'axe des ordonnées la proite (AC) orientée de A vers C.
1° Quelles sont les coordonnées des point B, C et A' ?
2° Déterminer des équations des droites (BC) et (AH).
En déduire les coordonnées du point H .
3° Trouver les coordonnées des points M et N.
Calculer les coefficients directeurs des droites (MN) et (AA') .
Que peut-on dire des droites (MN) et (AA') ?



III Une histoire de centre de gravité

ABC est un triangle. On note A', B' et C' les milieux des côtés [BC], [AC] et [AB].
En utilisant le repère (A , $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$)
1° Démontrer que les médianes se coupent en un point G dont on calculera les coordonnées
2° Démontrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$
2° Démontrer que : $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

IV Encore un parallélogramme

ABCD est un parallélogramme. On considère le repère (A , $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$).
1° Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D dans ce repère ?
2° On considère le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Déterminer une équation de la droite (DE).
On donne I le point d'intersection des droites (DE) et (AB). calculer les coordonnées de I.
Vérifier que I est le milieu de [AB]

V Soit un repère orthonormal direct repdu plan.

On considère les points A (0 ; 6), B(− 7 ; 0) et C(1, 0). On désigne par A’ le milieu de [BC].
1° Quelles sont les coordonnées de A’ ? et celles du centre de gravité de ABC ?
2° a) Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC issue de A.
b) Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC issue de C.
c) Déduire des questions précédentes les coordonnées de l’orthocentre H du triangle ABC
3° a) Déterminer une équation de la médiatrice de [BC]
b) Déterminer une équation de la médiatrice de [AB]
c) Déduire des questions précédentes les coordonnées du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.
4° Vérifier l’égalité $\overrightarrow{\Omega H} = 3\,\overrightarrow{\Omega G}$.
Que peut-on en déduire pour les points Ω, H et G ?

VI Soit ($O, \vec{u}, \vec{v}$) un repère orthonormal du plan.

On considère les points A(1 ; 0) et B(−1 ; 0).
1° Déterminer une équation de l’ensemble (E) des Points M tels que $MA^2 + MB^2 = 6$
Reconnaître l'ensemble (E).
2° Montrer que, pour tout point M du plan, $MA^2 + MB^2 = 2\,OM^2 + 2$
Utiliser cette Propriété pour retrouver le résultat de la question 1°.