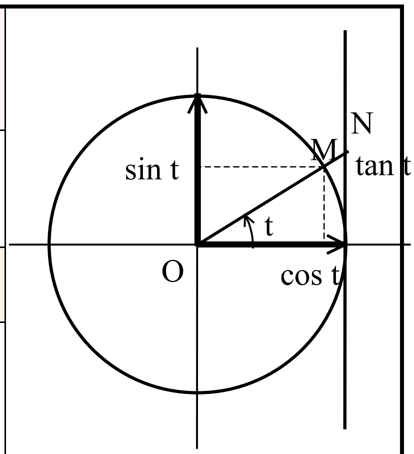
Cercle trigonométrique.

M (cos t , sin t) où t est une mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{i}, \vec{OM})$

$\vec{OM} = \cos t\ \vec{i} + \sin t\ \vec{j}$ et $\vec{ON} = \vec{i} + \tan t\ \vec{j}$



$-1 \leq \sin t \leq 1$

$-1 \leq \cos t \leq 1$

$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

$\tan t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$ $\qquad \dfrac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$

$\quad = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos(2a)}{2}$

$\sin^2 a = \dfrac{1 - \cos(2a)}{2}$

Dans un triangle.

Aire du triangle ABC :

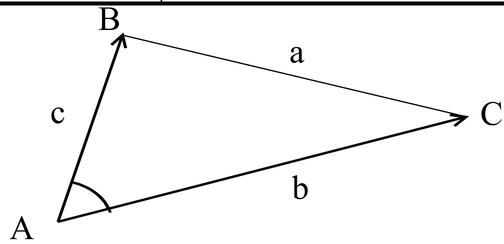
$S = \dfrac{1}{2} \times b\, c \sin \widehat{A}$

Théorème d'Al Kashi

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\, b\, c \cos \widehat{A}$

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}}$

Avec un produit scalaire : $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \times AC}$

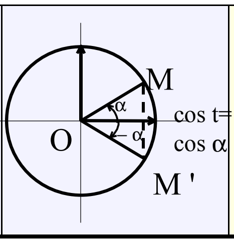


EQUATIONS

cos t = cos α

Solutions :

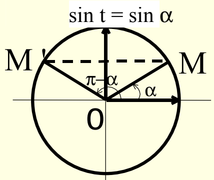
$\begin{cases} t = \alpha \quad [2\pi] \\ t = -\alpha \quad [2\pi] \end{cases}$



sin t = sin α

Solutions :

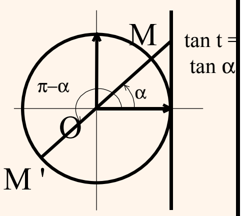
$\begin{cases} t = \alpha \quad [2\pi] \\ t = \pi - \alpha \quad [2\pi] \end{cases}$



tan t = tan α

Solutions

$t = \alpha \quad [\pi]$



ETUDE DES FONCTIONS

Fonction cos

Df = ℝ

f est paire

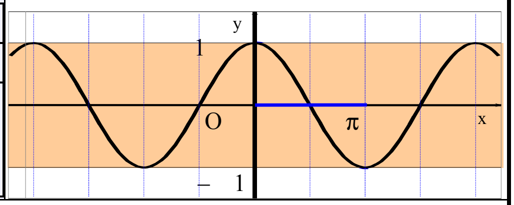
f est périodique de période 2 π

cos (t + 2 π) = cos t

La fonction cos est une bijection de [0, π] sur [– 1, 1]

cos ' t = – sin t

t	–π		0		π
– sin t'	0	+	0	–	
cos	– 1	↗	1	↘	– 1



Fonction sin

Df = ℝ

f est paire

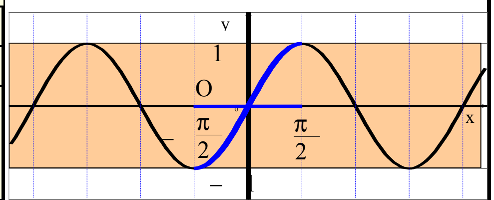
f est périodique de période 2 π

sin (t + 2 π) = sin t

La fonction sin est une bijection de $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ sur [– 1, 1]

sin ' t = cos t

t	-π		– π/2		π/2		+π
cos t'		–	0	+	0	–	
sin	0	↘	–1	↗	1	↘	0



Fonction tan

Df = ℝ – { (2 k + 1) π/2}$_{k \in \mathbb{Z}}$

f impaire

f périodique de période π

tan (t + π) = tan t

La fonction tan est une bijection de $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ sur ℝ

$\tan' t = \dfrac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$

t	–π/2		0		π/2
tan ' t			+		
tan	– ∞	↗	0	↗	+ ∞