

Un meunier a besoin, pour sa farine, d'un mélange de quatre variétés différentes de grains de blé, d'égalles quantités chacune et notées 1, 2, 3, 4.

Il veut savoir si, dans son silo, les différentes variétés sont bien mélangées.

Pour cela, il prélève, à la sortie du silo, un échantillon de 100 grains de blé rendus radioactifs par des marqueurs différents selon les variétés. Il obtient les résultats suivants :

Variété	1	2	3	4
Nombre de grains radioactifs	18	27	35	20

Le meunier veut savoir si ces données sont vraisemblables lorsqu'on fait l'hypothèse d'un mélange homogène des quatre variétés, ce qui correspond à un quart des marqueurs pour chaque variété.

On appelle  $f_i$  la fréquence dans l'échantillon de la variété  $i$  et on pose  $d^2 = \sum_{i=1}^4 \left( f_i - \frac{1}{4} \right)^2$

et on calcule :  $400 d^2 = 400 \times \sum_{i=1}^4 \left( f_i - \frac{1}{4} \right)^2$

Calculer la valeur de  $400 d^2$ .

2° On suppose l'équiprobabilité de la présence d'un grain de blé de chaque variété et on simule 10 000 séries de 100 tirages de grains de blé.

Pour chaque série de 100 tirages, on calcule  $d^2$ . Le tableau suivant donne le nombre de séries pour lesquelles la valeur de  $d^2$  est strictement supérieure à l'entier  $j$  :

$j$	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre des séries pour lesquelles $400 d^2 > j$	3915	2618	1715	1114	728	467	306	180

Lire la valeur du 9<sup>e</sup> décile, arrondie à l'entier le plus proche, puis celle du 95<sup>e</sup> centile.

3° Si l'hypothèse d'équiprobabilité est vraie :

a) Peut-on affirmer au seuil de 10 % que le mélange étudié à la question 1. est homogène ?

b) Même question au seuil de 5 %.

c) Que peut-on dire si quelqu'un demande un seuil de 0 % ?

Un meunier a besoin, pour sa farine, d'un mélange de quatre variétés différentes de grains de blé, d'égales quantités chacune et notées 1, 2, 3, 4.

Il veut savoir si, dans son silo, les différentes variétés sont bien mélangées.

Pour cela, il prélève, à la sortie du silo, un échantillon de 100 grains de blé rendus radioactifs par des marqueurs différents selon les variétés. Il obtient les résultats suivants :

Variété	1	2	3	4
Nombre de grains radioactifs	18	27	35	20

Le meunier veut savoir si ces données sont vraisemblables lorsqu'on fait l'hypothèse d'un mélange homogène des quatre variétés, ce qui correspond à un quart des marqueurs pour chaque variété.

On appelle  $f_i$  la fréquence dans l'échantillon de la variété  $i$  et on pose  $d^2 = \sum_{i=1}^4 \left(f_i - \frac{1}{4}\right)^2$  et  $D^2 = 400 d^2$

Calculer la valeur de  $D^2$

$$D^2 = 400 \times \left( \left(\frac{18}{100} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{27}{100} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{35}{100} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{20}{100} - \frac{1}{4}\right)^2 \right) = 400 \times \left( \frac{49}{10000} + \frac{4}{10000} + \frac{100}{10000} + \frac{25}{10000} \right)$$

$$D^2 = \frac{178}{25} \approx 7,12$$

2° On suppose l'équiprobabilité de la présence d'un grain de blé de chaque variété et on simule 10 000 séries de 100 tirages de grains de blé.

Pour chaque série de 100 tirages, on calcule  $d^2$ . Le tableau suivant donne le nombre de séries pour lesquelles la valeur de  $d^2$  est strictement supérieure à l'entier  $j$  :

j	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre des séries pour lesquelles $400 d^2 > j$	3915	2618	1715	1114	728	467	306	180

Lire la valeur du 9<sup>e</sup> décile, arrondie à l'entier le plus proche, puis celle du 95<sup>e</sup> centile.

$$\frac{10}{100} \times 10000 = 1000 \text{ le } 9^{\text{e}} \text{ décile est } 6 \text{ (entre } 6 \text{ et } 7)$$

$$\frac{5}{100} \times 10000 = 500 \text{ donc } 8 \text{ est le } 95^{\text{e}} \text{ centile (entre } 7 \text{ et } 8)$$

3° Si l'hypothèse d'équiprobabilité est vraie :

a) Peut-on affirmer au seuil d'erreur de 10 % que le mélange étudié à la question 1. est homogène ?

On refuse l'hypothèse d'équiprobabilité.

Si on a rejeté l'équiprobabilité alors qu'il y avait équiprobabilité et le risque de cette erreur est de  $\frac{10}{100}$  :

b) Même question au seuil d'erreur de 5 %.

On accepte l'hypothèse d'équiprobabilité.

Si on a accepté l'équiprobabilité alors qu'il n'y avait pas équiprobabilité il y a erreur et le risque de cette erreur ne peut être évalué.

c) Que peut-on dire si quelqu'un demande au seuil de 0 % ?

On accepte l'hypothèse d'équiprobabilité au seuil de 0% (et ce quelque soit la répartition.)

Si on a accepté l'équiprobabilité alors qu'il n'y avait pas équiprobabilité il y a erreur et le risque de cette erreur est égale à 1 c'est à dire que s'il n'y a pas équiprobabilité on se trompe à tous les coups en acceptant l'hypothèse d'équiprobabilité à tous les coup. (au seuil de 0 %)

## **5 PRISE D'UNE DECISION**

- Si  $d^2 > d_9$  on convient qu'il n'y a pas adéquation entre l'observation et la théorie au seuil 10 % (il y a 10 % de risque de refuser une adéquation valide).
- Si  $d^2 \leq d_9$ , l'expérience n'aura pas montré d'inadaptation avec la théorie au seuil 10 % et on l'accepte, au niveau de l'expérience, au seuil 10 %.

De même on peut déterminer le dix-neuvième vingtile  $v_{19}$  et accepter ou refuser alors l'adéquation au seuil 5 %