$\boxed{1}$ Un sujet commun de Physique peut être créé par trois professeurs X , Y et Z avec les probabilités suivantes compte tenu de l'expérience des années précédentes : $p(X) = 0,35$, $p(Y) = 0,40$ et $p(Z) = 0,25$.Les étudiants craignent un sujet portant sur la relativité (événement R), et, connaissant leurs professeurs, pronostiquent : $p_X(R) = 0,2$, $p_Y(R) = 0,5$ et $p_Z(R) = 0,8$.
I° Traduire l'hypothèse $p_X(R) = 0,2$ par une phrase liée aux probabilités conditionnelles.
Traduire à l'aide d'un arbre de probabilités les données de l'énoncé.
2° Calculer la probabilité pour que le sujet posé porte sur la relativité.
3° Le sujet porte sur la relativité à l'examen ; quelle est alors la probabilité pour que X ait créé ce sujet ?

$\boxed{2}$ Le parc des compteurs d'eau des abonnés d'une commune se répartit de la façon suivante :10 % des compteurs ont moins de deux ans et se trouvent de ce fait encore sous garantie ;
60 % des compteurs ont entre deux et vingt ans ;
30 % des compteurs ont plus de vingt ans.Lors du passage de l'agent chargé de relever les compteurs, la probabilité de trouver le compteur défectueux est la suivante
1% s'il s'agit d'un compteur sous garantie ;
5% s'il s'agit d'un compteur âgé de deux à vingt ans ;
10% s'il s'agit d'un compteur de plus de vingt ans.
On notera les événements :

A : « le compteur est sous garantie »	C : « le compteur a plus de vingt ans »
B : « le compteur a entre deux et vingt ans d'âge »	D : « le compteur est défectueux ».

1° Calculer la probabilité des événements suivants
a) « le compteur se trouve encore sous garantie et il est défectueux »
b) « le compteur est défectueux ».
2° L'agent constate qu'un compteur est défectueux. Calculer la probabilité qu'il soit encore sous garantie.

$\boxed{3}$ On teste un médicament parmi un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé. Pour cela 60 % des individus prennent le médicament, les autres recevant un placebo[1], et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie. Chez les individus ayant pris le médicament on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,8 ; on ne constate aucune baisse de taux pour 90 % des personnes ayant pris le placebo.
On appelle .

M l'événement «voir pris le médicament»,	$\overline{M}$ l'événement contraire,
B l'événement « avoir une baisse du taux de glycémie »,	$\overline{B}$ l'événement contraire.

1° Utiliser l'égalité $B = (M \cap B) \cup (\overline{M} \cap B)$ pour montrer que la probabilité P(B) de B est 0,52.
2° On soumet au test un individu pris au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il ait pris le médicament si l'on ne constate pas de baisse de son taux de glycémie ?
3°) On contrôle cinq individus au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux n'a pas baissé ? Le résultat sera donné sous forme décimale à 10^{-3} près.
(1) *Substance neutre que l'on substitue à un médicament afin d'étudier l'action psychologique et l'action réelle de celui-ci.*

$\boxed{4}$ Un même individu peut être atteint de surdité unilatérale (portant sur une seule oreille) ou bilatérale (portant sur les deux oreilles). On admet que, dans une population donnée, les deux événements :
D « être atteint de surdité à l'oreille droite », G « être atteint de surdité à l'oreille gauche », sont indépendants et tous deux de probabilité 0,05 ce que l'on note $p(D) = p(G) = 0,05$. On considère les événements suivants :

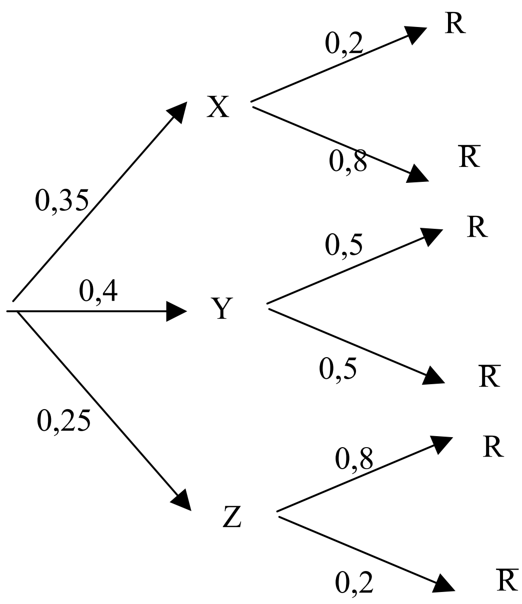
B « être atteint de surdité bilatérale »	U « être atteint de surdité unilatérale »
S « être atteint de surdité (sur une oreille au moins) ».	

(On donnera les valeurs numériques des probabilités sous forme décimale arrondie à 10^{-4} près.)
1° Exprimer les événements B et S à l'aide de G et de D, puis calculer les probabilités p(B) et p(S). En déduire la probabilité p(U) .
2° Sachant qu'un sujet pris au hasard dans la population considérée est atteint de surdité, quelle est la probabilité :
a) pour qu'il soit atteint de surdité à l'oreille droite ? b) pour qu'il soit atteint de surdité bilatérale ?
Les deux événements « D sachant que S » et « G ,sachant que S » sont-ils indépendants ?

$\boxed{1}$ 1° Quand le professeur X donne un sujet la probabilité pour que le sujet porte sur la relativité est de 0,35.

2° $p = 0{,}35 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}5 + 0{,}25 \times 0{,}8 = 0{,}47$.

3° $P_R(X) = \dfrac{P(R \cap X)}{P(R)} = \dfrac{0{,}35 \times 0{,}2}{0{,}47} = \dfrac{7}{47}$



$\boxed{4}$ 1° $B = G \cap D$ et $S = G \cup D$.

$P(B) = P(G \cap D) = P(G) \times P(D)$ car G et D sont indépendants.

$P(B) = 0{,}05 \times 0{,}05 = 0{,}0025$

$P(S) = P(G \cup D) = P(G) + P(D) - P(G \cap D)$

$= 0{,}05 + 0{,}05 - 0{,}0025 = 0{,}0975$

$P(U) = P(S) - P(B) = 0{,}0975 - 0{,}0025 = 0{,}095$

2° a) $P_S(D) = \dfrac{P(S \cap D)}{P(S)} = \dfrac{P(D)}{P(S)} = \dfrac{0{,}05}{0{,}0975} = \dfrac{500}{975} = \dfrac{20}{39}$

b) $P_S(B) = \dfrac{P(B \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(B)}{P(S)} = \dfrac{0{,}0025}{0{,}0975} = \dfrac{25}{975} = \dfrac{1}{39}$

$P_S(D \cap G) = \dfrac{P(S \cap D \cap G)}{P(S)} = \dfrac{P(B)}{P(S)} = \dfrac{25}{975} = \dfrac{1}{39}$

$P_S(D) = P_S(G) = \dfrac{20}{39}$ donc $P_S(D) \times P_S(G) = \dfrac{20}{39} \times \dfrac{20}{39} \neq P_S(D \cap G)$

Les événements ne sont pas indépendants.