Asie juin 2004 EXERCICE 1 3 points

• L'utilisation d'une calculatrice n'est pas autorisé

• L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

• Le candidat doit traiter les QUATRE exercices.

EXERCICE 1 3 points

Commun à tous les candidats

À chacune des trois affirmations suivantes, répondre par «VRAI » ou par « FAUX ». Aucune justification n'est demandée.

Données	Affirmations	Réponses
f est la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par : $f(x) = \dfrac{1}{1+e^x}$ $\mathscr{C}$, est la courbe représentative de f dans un repère du plan.	La tangente à C au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x$.	
G est le barycentre du système de points pondérés $\{(A ; -1), (B ; 1), (C ; 4)\}$	L'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\,\overrightarrow{MC}$, est une homothétie de rapport – 3.	
$f(x) = x \sin 3x$	Les solutions de l'équation $f(x) = \frac{1}{2}x$ sont : 0 ; $\frac{\pi}{18} + 2k\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{18} + 2k'\frac{\pi}{3}$ où, k et k' sont des entiers relatifs.	

Le barème est le suivant :

- Réponse exacte : 1 point.
- Réponse fausse : -0,5 point.
- Absence de réponse : 0 point.
- La note attribuée à l'exercice ne peut être négative.

f est la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par : $f(x) = \frac{1}{1 + e^x}$ $\mathscr{C}$, est la courbe représentative de f dans un repère du plan.	La tangente à C au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x$.	FAUX

$f'(x) = -\frac{e^x}{1 + e^x}$ donc $f'(0) = -\frac{e^0}{1 + e^0} = -\frac{1}{2} \neq -\frac{1}{4}$

G est le barycentre du système de points pondérés $\{(A ; -1), (B ; 1), (C ; 4)\}$	L'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}$, est une homothétie de rapport -3.	VRAI

$-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = (-1 + 1 + 4)\overrightarrow{MG} = 4\overrightarrow{MG}$

$\overrightarrow{MM'} = 4\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GM'} = 4\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM'} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM'} = -3\overrightarrow{GM}$

$f(x) = x \sin 3x$	Les solutions de l'équation $f(x) = \frac{1}{2}x$ sont : 0 ; $\frac{\pi}{18} + 2k\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{18} + 2k'\frac{\pi}{3}$ où, k et k' sont des entiers relatifs.	VRAI

$$x \sin 3x = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sin 3x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ 3x = \frac{5\pi}{6} + 2k'\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\pi}{18} + 2k\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{18} + 2k'\frac{\pi}{6} \end{cases} \begin{cases} \Leftrightarrow x = 0 \\ x = \frac{\pi}{18} + 2k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{18} + 2k'\frac{\pi}{3} \end{cases}$$