

Baccalauréat S Antilles-Guyane juin 2001 EXERCICE 1 4 points Commun à tous les candidats

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un joueur achète 10 euros un billet permettant de participer à un jeu constitué d'un grattage suivi d'une loterie.

Il gratte une case sur le billet. Il peut alors gagner 100 euros avec une probabilité de $\frac{1}{50}$ ou bien ne rien gagner.

G désigne l'évènement : « Le joueur gagne au grattage ».

Il participe ensuite à une loterie avec le même billet. À cette loterie, il peut gagner 100 euros, ou 200 euros, ou bien ne rien gagner.

L_1 désigne l'évènement « Le joueur gagne 100 euros à la loterie ».

L_2 désigne l'évènement « Le joueur gagne 200 euros à la loterie ».

P désigne l'évènement : « Le joueur ne gagne rien à la loterie ».

Si le joueur n'a rien gagné au grattage, la probabilité qu'il gagne 100 euros à la loterie est $\frac{1}{70}$, et la probabilité qu'il

gagne 200 euros à la loterie est $\frac{1}{490}$.

1° a) Faire un arbre sur lequel on indiquera les renseignements qui précèdent.

b) Calculer la probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il n'a rien gagné au grattage.

Compléter l'arbre obtenu avec cette valeur.

c) Au bout de chaque branche, indiquer le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet.

2° On note X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet.

La probabilité de l'évènement « $X = 90$ » est $\frac{2}{125}$.

La probabilité de l'évènement « $X = 190$ » est $\frac{1}{250}$.

a) Montrer que la probabilité que le joueur gagne 100 euros à la loterie, sachant qu'il a gagné 100 euros au grattage, est égale à $\frac{1}{10}$.

b) Calculer la probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il a gagné 100 euros au grattage.

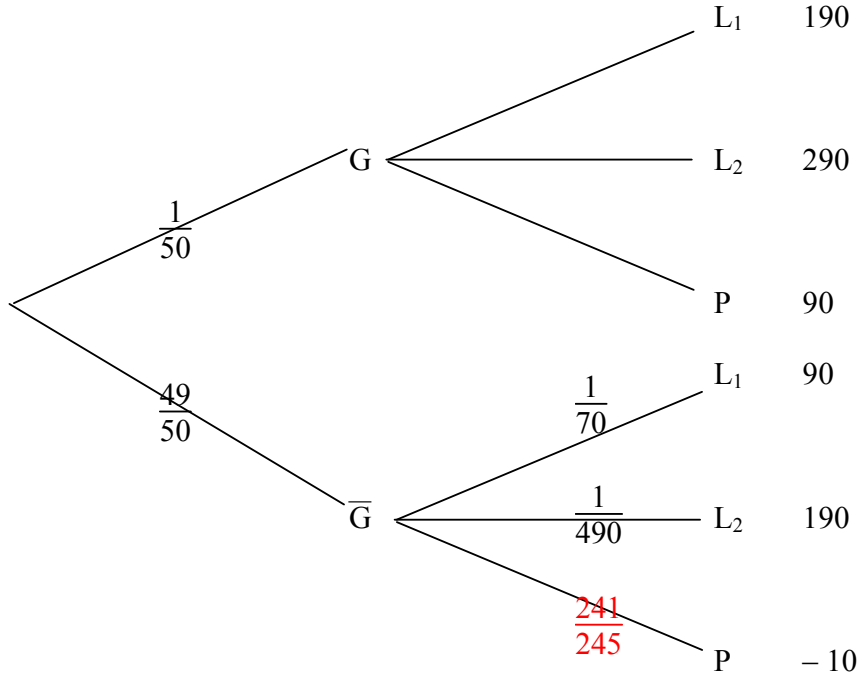
c) Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance de X.

CORRECTION



Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles. Un joueur achète 10 euros un billet permettant de participer à un jeu constitué d'un grattage suivi d'une loterie. Il gratte une case sur le billet. Il peut alors gagner 100 euros avec une probabilité de $\frac{1}{50}$ ou bien ne rien gagner. G désigne l'évènement : « Le joueur gagne au grattage ». Il participe ensuite à une loterie avec le même billet. À cette loterie, il peut gagner 100 euros, ou 200 euros, ou bien ne rien gagner. L_1 désigne l'évènement « Le joueur gagne 100 euros à la loterie ». L_2 désigne l'évènement « Le joueur gagne 200 euros à la loterie ». P désigne l'évènement : « Le joueur ne gagne rien à la loterie ». Si le joueur n'a rien gagné au grattage, la probabilité qu'il gagne 100 euros à la loterie est $\frac{1}{70}$, et la probabilité qu'il gagne 200 euros à la loterie est $\frac{1}{490}$.

1° a) Faire un arbre sur lequel on indiquera les renseignements qui précèdent.



b) Calculer la probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il n'a rien gagné au grattage. Compléter l'arbre obtenu avec cette valeur.

$$p_{\bar{G}}(P) = 1 - p_{\bar{G}}(L_1) - p_{\bar{G}}(L_2) = \frac{241}{245}$$

c) Au bout de chaque branche, indiquer le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet. 2° On note X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet. La probabilité de l'évènement « X = 90 » est $\frac{2}{125}$. La probabilité de l'évènement « X = 190 » est $\frac{1}{250}$.

a) Montrer que la probabilité que le joueur gagne 100 euros à la loterie, sachant qu'il a gagné 100 euros au grattage, est égale à $\frac{1}{10}$

$$p(\bar{G} \cap L_2) = \frac{49}{50} \times \frac{1}{490} = \frac{1}{500} \text{ et } p(X = 190) = p(\bar{G} \cap L_2) + p(G \cap L_1) \text{ donc } p(G \cap L_1) = \frac{1}{250} - \frac{1}{500} = \frac{1}{500}$$

$$p_G(L_1) = \frac{1/500}{1/50} = \frac{1}{10}$$

b) Calculer la probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il a gagné 100 euros au grattage.

$$p_G(P) = p(X = 90) - p(\bar{G} \cap L_1) = \frac{2}{125} - \frac{49}{50} \times \frac{1}{70} = \frac{1}{500}$$

c) Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance de X.

$$p(X = -10) = p(\bar{G} \cap P) = \frac{49}{50} \times \frac{241}{245} = \frac{241}{250} \quad p(X = 90) = \frac{2}{125} \quad p(X = 190) = \frac{1}{250}$$

$$p(X = 290) = 1 - \frac{241}{250} - \frac{2}{125} - \frac{1}{250} = \frac{2}{125}$$

$$E(X) = -10 \times \frac{241}{250} + 90 \times \frac{2}{125} + 190 \times \frac{1}{250} + 290 \times \frac{2}{125} = -\frac{14}{5} = -2,8$$