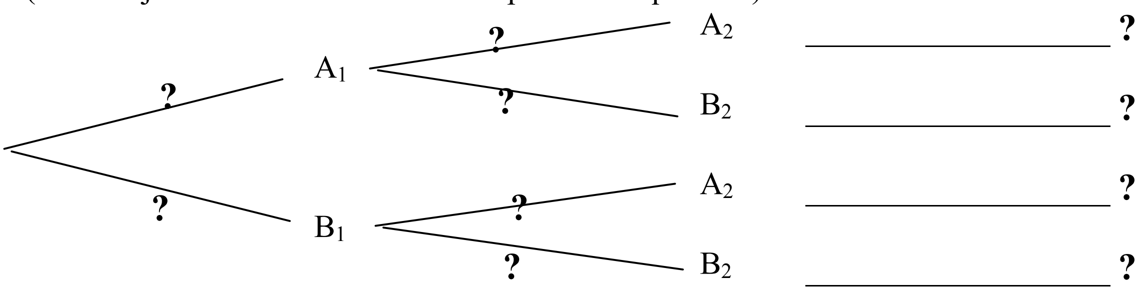
Guadeloupe 2000 EXERCICE 1 (4 points)

Un groupe de vingt-deux personnes décide d'aller au cinéma deux samedis de suite pour voir deux films A et B.
Le premier samedi, huit personnes vont voir le film A, et les autres vont voir le film B.
Le deuxième samedi, quatre personnes décident de revoir le film A, deux vont revoir le film B, et les autres vont voir le film qu'elles n'ont pas vu la semaine précédente.
Après la deuxième séance, on interroge au hasard une personne de ce groupe.
On considère les événements suivants :
A_1 : " La personne interrogée a vu le film A le premier samedi " ;
A_2 : "La personne interrogée a vu le film A le deuxième samedi " ;
B_1 : " La personne interrogée a vu le film B le premier samedi " ;
B_2 : " La personne interrogée a vu le film B le deuxième samedi " ;
1° a) Calculer les probabilités suivantes : $p(A_1)$ et $p(A_2)$.
b) Calculer les probabilités de chacun des événements suivants : $p_{A_1}(A_2)$, $p_{B_1}(A_2)$ et $p(A_1 \cap A_2)$
c) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant, en remplaçant chaque point d'interrogation par la probabilité correspondante. (Aucune justification n'est demandée pour cette question).



d) Retrouver à partir de l'arbre pondéré que $p(A_2) = \frac{8}{11}$.

2° Le prix du billet pour le film A est de 30 F, et de 20 F pour le film B.
On appelle X la variable aléatoire égale au coût total, pour la personne interrogée, des deux séances de cinéma.
a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
b) Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

CORRECTION

Guadeloupe 2000 EXERCICE 1 (4 points)

Un groupe de vingt-deux personnes décide d'aller au cinéma deux samedis de suite pour voir deux films A et B. Le premier samedi, huit personnes vont voir film A, et les autres vont voir le film B. Le deuxième samedi, quatre personnes décident de revoir le film A, deux vont revoir le film B, et les autres vont voir le film qu'elles n'ont pas vu la semaine précédente. Après la deuxième séance, on interroge au hasard une personne de ce groupe. On considère les événements suivants

A_1 ' La personne interrogée a vu le film A le premier samedi " A_2 : "La personne interrogée a vu le film A le deuxième samedi " ; B_1 " La personne interrogée a vu le film B le premier samedi "B_2 : " La personne interrogée a vu le film B le deuxième samedi "

1° a) Calculer les probabilités suivantes : $p(A_1)$ et $p(A_2)$.

	A_1	B_1	
A_2	**4**	14 – 2 = **12**	4 + 12 = **16**
B_2	8 – 4 = **4**	**2**	4 + 2 = **6**
	8	22 – 8 = **14**	**22**

8 personnes sur 22 vont voir la film A en première semaine

donc : $p(A_1) = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$

4 personnes vont revoir le film A et

14 – 2 personnes qui ont vu le film B en première semaine vont voir le film A en deuxième semaine

$p(A_2) = \frac{4}{22} + \frac{12}{22} = \frac{8}{11}$ $\boxed{0,5}$

b) Calculer les probabilités de chacun des événements suivants : $p_{A_1}(A_2)$, $p_{B_1}(A_2)$ et $p(A_1 \cap A_2)$

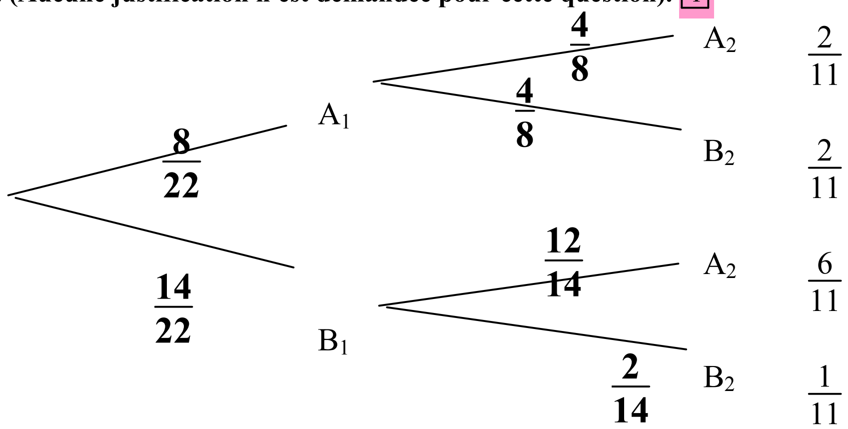
Sur les 8 personnes qui ont vu le film A en première semaine 4 vont la revoir donc $p_{A_1}(A_2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Sur les 14 personnes qui ont vu le filme B en première semaine 12 vont voir le film A en deuxième semaine donc

$p_{B_1}(A_2) = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ $\boxed{1}$

4 personne on vu le film a en première et deuxième semaine donc $p(A_1 \cap A_2) = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$

c) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant, en remplaçant chaque point d'interrogation par la probabilité correspondante. (Aucune justification n'est demandée pour cette question). $\boxed{1}$



d) Retrouver à partir de l'arbre pondéré que $p(A_2) = \frac{8}{11}$. $\boxed{0,5}$

$p(A_2) = p(A_1 \cap A_2) + p(B_1 \cap A_2) = \frac{8}{22} \times \frac{4}{8} + \frac{14}{22} \times \frac{12}{14} = \frac{2}{11} + \frac{6}{11} = \frac{8}{11}$

2° Le prix du billet pour le film A est de 30 F, et de 20 F pour le film B. On appelle X la variable aléatoire égale au coût total, pour la personne interrogée, des deux séances de cinéma. a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

$p(X = 60) = p(A_1 \cap A_2) = \frac{2}{11}$

$p(X = 40) = p(B_1 \cap B_2) = \frac{1}{11}$

$p(X = 50) = p(A_1 \cap B_2) + p(B_1 \cap A_2) = \frac{2}{11} + \frac{6}{11}$ $\boxed{0,5}$

x_i	50 F	60 F	40 F
p_i	$\frac{8}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$

b) Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

$E(X) = 50 \times \frac{8}{11} + 60 \times \frac{2}{11} + 40 \times \frac{1}{11} = \frac{560}{11} \approx 50,91$ F $\boxed{0,5}$