$\boxed{1}$ Un sujet commun de Physique peut être créé par trois professeurs X , Y et Z avec les probabilités suivantes compte tenu de l'expérience des années précédentes : $p(X) = 0{,}35$, $p(Y) = 0{,}40$ et $p(Z) = 0{,}25$.Les étudiants craignent un sujet portant sur la relativité (événement R), et, connaissant leurs professeurs, pronostiquent : $p_X(R) = 0{,}2$, $p_Y(R) = 0{,}5$ et $p_Z(R) = 0{,}8$.
I° Traduire l'hypothèse $p_X(R) = 0{,}2$ par une phrase liée aux probabilités conditionnelles.
Traduire à l'aide d'un arbre de probabilités les données de l'énoncé.
2° Calculer la probabilité pour que le sujet posé porte sur la relativité.
3° Le sujet porte sur la relativité à l'examen ; quelle est alors la probabilité pour que X ait créé ce sujet ?

$\boxed{2}$ Un même individu peut être atteint de surdité unilatérale (portant sur une seule oreille) ou bilatérale (portant sur les deux oreilles). On admet que, dans une population donnée, les deux événements :
D « être atteint de surdité à l'oreille droite », G « être atteint de surdité à l'oreille gauche », sont indépendants et tous deux de probabilité 0,05 ce que l'on note $p(D) = p(G) = 0{,}05$. On considère les événements suivants :

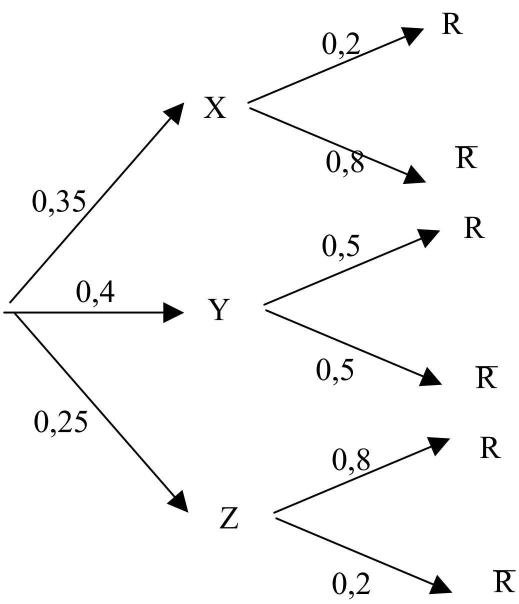
B « être atteint de surdité bilatérale »	U « être atteint de surdité unilatérale »
S « être atteint de surdité (sur une oreille au moins) ».	

(On donnera les valeurs numériques des probabilités sous forme décimale arrondie à 10^{-4} près.)
1° Exprimer les événements B et S à l'aide de G et de D, puis calculer les probabilités p(B) et p(S). En déduire la probabilité p(U) .
2° Sachant qu'un sujet pris au hasard dans la population considérée est atteint de surdité, quelle est la probabilité :
a) pour qu'il soit atteint de surdité à l'oreille droite ? b) pour qu'il soit atteint de surdité bilatérale ?
Les deux événements « D sachant que S » et « G ,sachant que S » sont-ils indépendants ?

$\boxed{1}$ 1° Quand le professeur X donne un sujet la probabilité pour que le sujet porte sur la relativité est de 0,35.

2° $p = 0{,}35 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}5 + 0{,}25 \times 0{,}8 = 0{,}47$.

3° $P_R(X) = \dfrac{P(R \cap X)}{P(R)} = \dfrac{0{,}35 \times 0{,}2}{0{,}47} = \dfrac{7}{47}$



$\boxed{2}$ 1° $B = G \cap D$ et $S = G \cup D$.

$P(B) = P(G \cap D) = P(G) \times P(D)$ car G et D sont indépendants.
$P(B) = 0{,}05 \times 0{,}05 = 0{,}0025$
$P(S) = P(G \cup D) = P(G) + P(D) - P(G \cap D)$
$= 0{,}05 + 0{,}05 - 0{,}0025 = 0{,}0975$
$P(U) = P(S) - P(B) = 0{,}0975 - 0{,}0025 = 0{,}095$

2° a) $P_S(D) = \dfrac{P(S \cap D)}{P(S)} = \dfrac{P(D)}{P(S)} = \dfrac{0{,}05}{0{,}0975} = \dfrac{500}{975} = \dfrac{20}{39}$

b) $P_S(B) = \dfrac{P(B \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(B)}{P(S)} = \dfrac{0{,}0025}{0{,}0975} = \dfrac{25}{975} = \dfrac{1}{39}$

$P_S(D \cap G) = \dfrac{P(S \cap D \cap G)}{P(S)} = \dfrac{P(B)}{P(S)} = \dfrac{25}{975} = \dfrac{1}{39}$

$P_S(D) = P_S(G) = \dfrac{20}{39}$ donc $P_S(D) \times P_S(G) = \dfrac{20}{39} \times \dfrac{20}{39} \neq P_S(D \cap G)$

Les événements ne sont pas indépendants.