Rappels et compléments

Suite croissante, décroissante, majorée, minorée

Définition d'une suite croissante

La suite (U_n) est croissante si et seulement si pour tout entier n on a : $U_n \leq U_{n+1}$

Définition d'une suite décroissante

La suite (U_n) est décroissante si et seulement si pour tout entier n on a : $U_n \geq U_{n+1}$

Pour étudier le sens de variation d'une suite on étudie le signe de $U_{n+1} - U_n$

Définition d'une suite majorée

La suite (U_n) est majorée si et seulement si il existe un réel M tel que pour tout entier n on ait : $U_n \leq M$
M est appelé majorant de la suite.
Une suite majorée admet une infinité de majorant. il suffit d'en déterminer un.

Définition d'une suite minorée

La suite (U_n) est majorée si et seulement si il existe un réel m tel que pour tout entier n on ait : $U_n \geq m$.
m est appelé minorant de la suite.
Une suite minorée admet une infinité de minorant. il suffit d'en déterminer un.

Définition d'une suite convergente

Une suite converge si et seulement si elle admet une limite finie (en $+ \infty$)
Si une suite ne converge pas on dit qu'elle diverge.

Théorème

Toute suite croissante et majorée converge
Toute suite décroissante et minorée converge

Suite arithmétique et géométrique

Définition

La suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ est dite arithmétique de raison r si et seulement si
Pour tout entier n, $U_{n+1} - U_n = r$

Définition

La suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ est dite géométrique de raison q si et seulement si
Pour tout entier n, $\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$ (dans le cas où pour tout entier n $U_n \neq 0$=

Terme général

soit une suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ arithmétique de raison r de premier terme U_0. On a : $U_n = U_0 + n\,r$ $\quad U_n = U_p + (n - p)\,r$

soit une suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ géométrique de raison q de premier terme V_0. On a : $V_n = V_0\, q^n$ $\quad V_n = V_p \times q^{n-p}$

Somme des termes :

soit une suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ arithmétique de raison r. On a :$U_0 + U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_n = (n + 1)\frac{U_0 + U_n}{2}$

soit une suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ géométrique de raison q.
On a :$V_0 + V_1 + V_2 + \ldots\ldots + V_n = V_0\,(1 + q + q^2 + \ldots + q^n) = V_0\,\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$